

**Berechnung langsam laufender und hoch belasteter Gleitlager in
Planetengetrieben unter Mischreibung, Verschleiß und Deformationen**

Dissertation
zur Erlangung des Grades eines Doktors
der Ingenieurwissenschaften

vorgelegt von
M. Sc. Maximilian Pröbß
aus München

genehmigt von der Fakultät für Mathematik/Informatik und Maschinenbau
der Technischen Universität Clausthal

Tag der mündlichen Prüfung
26.02.2020

Dekan: Prof. Dr.-Ing. A. Esderts

Betreuer: Prof. Dr.-Ing. H. Schwarze

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. A. Lohrengel

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Tribologie und Energiewandlungsmaschinen an der TU Clausthal.

Zunächst danke ich meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Schwarze für die allzeit fachkundige Betreuung während der Ausarbeitung meiner Dissertation, für die zahlreichen Gespräche sowie für das entgegengebrachte Vertrauen bei sämtlichen durchgeführten Aufgaben.

Herrn Prof. Dr.-Ing. A. Lohrengel danke ich für das Interesse an meiner Dissertation und die Übernahme des Korreferats.

Weiterhin möchte ich mich bei meinen Kollegen bedanken, die die Endbearbeitung der Gleitlager, den Aufbau des Prüfstands und die Durchführung der Experimente übernommen und somit erst eine Validierung meiner Programme ermöglicht haben.

Ich danke allen Mitarbeitern des Instituts für die angenehme Arbeitsatmosphäre und die unkomplizierte Zusammenarbeit. Nicht vergessen möchte ich meinen Arbeitskollegen und Freund Christopher Zeh, der mir die gesamte Zeit in Clausthal beruflich und privat zur Seite gestanden hat.

Ganz besonders möchte ich mich bei meinen Eltern bedanken, die mich mein Leben lang unterstützt haben.

Abstract

Eine verlässliche Auslegung von Gleitlagern in Planetengetrieben ist aufgrund der speziellen Kinematik, des Deformationsverhaltens der Bauteile und der hohen Belastungen bei sehr niedrigen Umfangsgeschwindigkeiten mit der Berechnungssoftware für konventionelle Gleitlager nicht möglich. Zur Unterstützung des Konstruktionsprozesses wurde das validierte Lagerberechnungsprogramm COMBROS R an die Randbedingungen in Planetengetrieben angepasst und um ein Mischreibungs- sowie Verschleißmodell erweitert. Hierbei wird der Festkörperkontaktdruck über das semi-analytische Halbraummodell von Boussinesq an real vermessenen Oberflächen bestimmt und der Einfluss der Oberflächenstruktur auf den hydrodynamischen Druck anhand von Flussfaktoren erfasst. Die Verschleißrechnung erfolgt über das Gesetz von Archard und berücksichtigt neben der makroskopischen Änderung der Spalthöhe wegen eines Materialabtrags auch die mikroskopische Änderung der Oberflächenstruktur. Das implementierte Mischreibungs- und Verschleißmodul werden mit statischen und dynamischen Betriebspunkten an einem Prüfstand validiert. Die Deformationen des Bolzens, Planeten und einer optional verwendeten Schwimmbuchse werden mit Hilfe von Elastizitätsmatrizen erfasst, deren Dimensionen im Vorfeld auf die Knoten auf der Lauffläche reduziert wurden, und somit eine effiziente Berechnung der Lagerstellen ermöglichen.

Im Rahmen der durchgeführten Untersuchungen konnte gezeigt werden, dass sowohl Mischreibung als auch Verschleiß transiente Prozesse sind, die maßgeblich von der Oberflächenrauheit abhängen. Weiterhin können alle verwendeten Parameter durch eine umfassende Oberflächenanalyse bestimmt werden. Schließlich ist bei der Simulation von Planetenradgleitlagern eine Berücksichtigung der Bauteilteildeformationen unerlässlich, da diese das Betriebsverhalten der Lager deutlich verbessern, und die Ergebnisse der durchgeführten Feldversuche bestätigen.

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	VII
Symbolverzeichnis	XI
1 Einleitung.....	1
1.1 Problemstellung.....	1
1.2 Stand der Forschung	3
1.2.1 Hydrodynamische Gleitlager unter Berücksichtigung elastischer Deformationen.....	4
1.2.2 Mischreibung und Verschleiß	5
1.2.3 Fazit der Literaturrecherche	11
1.3 Zielsetzung und Lösungsweg	12
2 Modell zur Beschreibung des Lagerbetriebsverhaltens unter Mischreibung.....	14
2.1 Reibungszustände in einem Gleitlager	14
2.2 Topographie rauer Oberflächen	16
2.2.1 Oberflächenkennwerte	17
2.2.2 Numerische Generierung rauer Oberflächen	22
2.3 Bestimmung des Festkörperkontaktdrucks.....	25
2.4 Bestimmung des hydrodynamischen Drucks.....	33
2.4.1 Herleitung der verallgemeinerten Reynolds'schen Differenzialgleichung für Planetenradgleitlager mit Schwimmbuchse	33
2.4.2 Numerische Lösung der Reynolds'schen Differenzialgleichungen	39
2.4.3 Randbedingungen zur Lösung der Reynolds'schen Differenzialgleichung	42
2.5 Berücksichtigung der Mikrogeometrie in der verallgemeinerten Reynolds'schen Differenzialgleichung	44
2.5.1 Berechnung der Flussfaktoren	44

2.5.2	Verifikation des Algorithmus zur Berechnung der Flussfaktoren	50
2.5.3	Einflussgrößen auf die Flussfaktoren	51
2.5.4	Berechnung der Schubspannungsfaktoren	53
2.6	Einfluss der Mischreibung auf die Temperaturverteilung im Gleitlager	55
2.6.1	Aufbau des thermischen Gleichungssystems.....	55
2.6.2	Randbedingungen des thermischen Lagermodells	58
3	Verschleißmodellierung	62
3.1	Grundlegende Zusammenhänge zum Auftreten von Verschleiß	62
3.2	Verschleißmodelle	63
3.2.1	Verschleißmodell nach Archard	64
3.2.2	Energetisches Verschleißmodell nach Fleischer.....	66
3.2.3	Numerische Implementierung der Verschleißmodelle	68
3.2.4	Vergleich der Verschleißmodelle.....	70
3.3	Experimentelle Bestimmung der Verschleißkenngrößen.....	71
3.4	Abbildung des Einlaufverschleißes.....	75
4	Programmablauf.....	80
5	Validierung des Mischreibungs- und Verschleißmodells	84
5.1	Aufbau des Prüfstands	84
5.2	Auslaufversuch und Bestimmung der Übergangsdrehzahl.....	87
5.2.1	Validierung des Mischreibungsmodells	88
5.2.2	Temperaturentwicklung während des Auslaufversuchs	91
5.2.3	Einfluss der Flussfaktoren	94
5.2.4	Transienter Hochlauf	96
5.3	Validierung des Verschleißmodells.....	100
6	Planetenradgleitlager.....	109
6.1	Exemplarische Planetenradgleitlager	109
6.2	Planetenradlager mit Einfach-Schrägverzahnung	110

6.2.1	Erweiterung der Berechnung des mechanischen Gleichgewichts.....	111
6.2.2	Berechnung der Lagersteifigkeiten.....	114
6.2.3	Auswirkungen der Schrägverzahnung auf die Planetenradgleitlager	120
6.3	Berechnung von Planetenradgleitlagern mit Schwimmbuchsen.....	124
6.3.1	Reynolds'sche Differenzialgleichung für Planetenradgleitlager mit Schwimmbuchse	124
6.3.2	Energiegleichung für Planetenradgleitlager mit Schwimmbuchse.....	127
6.3.3	Bestimmung der Schwimmbuchsendrehzahl bei hydrodynamischen Bedingungen	129
6.3.4	Verifizierung der Schwimmbuchsendrehzahl	131
6.3.5	Bestimmung der Schwimmbuchsendrehzahl bei Mischreibung	132
6.3.6	Sensitivitätsstudien zu Planetenradgleitlagern mit Schwimmbuchse	134
6.4	Berücksichtigung elastischer Deformationen.....	140
6.4.1	Algorithmus zur iterativen Berechnung des Verformungsfeldes.....	141
6.4.2	Berechnung der Deformationen mit Hilfe von Elastizitätsmatrizen	142
6.4.3	Beispielrechnung ohne Schwimmbuchse.....	148
6.4.4	Beispielrechnung mit Schwimmbuchse.....	151
7	Zusammenfassung und Ausblick.....	154
8	Literaturverzeichnis	158

Symbolverzeichnis

A	Definitionsbereich der Oberfläche, Kontaktfläche
B	Lagerbreite
c	Steifigkeitskoeffizient
c_p	spezifische Wärmekapazität
C	Konstante
\bar{C}	Steifigkeitsmatrix
C_1, \dots, C_4	Parameter Reynoldssche Differentialgleichung
C_{L1}, \dots, C_{L3}	Parameter Oberflächengenerierung
C_{R1}, \dots, C_{R3}	Parameter Oberflächengenerierung
e	Exzentrizität
e_R^*	scheinbare Energiedichte, verschleißspezifischen Reibarbeit
E	Elastizitätsmodul
\bar{F}, F	Vektor der äußeren Kräfte, Kraft, Füllungsgrad
F_0, \dots, F_2	Viskositätsfaktoren
$\tilde{F}_0, \dots, \tilde{F}_2$	dimensionslose Viskositätsfaktoren
h	Schmierfilmdicke
h_w	Verschleißhöhe
H	dimensionslose Schmierfilmdicke, Härte
k	Verschleißrate
K	Kavitationsindex, Wärmeausdehnungskoeffizient
K'	Oberflächenfaktor
L_x, L_y	Länge des Oberflächenausschnitts
M_B	Belastungsmoment
n	Drehzahl
N	Anzahl der Asperiten im Kontakt
N_0	Gesamtanzahl der Asperiten
p	Druck
\bar{p}	spezifische Belastung
P	druckähnliche Variable
P_{lim}	Fließdruck
\dot{q}	spezifischer Volumenstrom, spezifischer Wärmestrom
\dot{Q}	Volumenstrom
r	radiale Koordinate
R	Lagerradius

R_a	Mittenrauwert
R_{ku}	Wölbung
R_p	maximale Spitzenhöhe der Oberfläche
R_q	quadratischer Mittenrauwert
R_{sk}	Schiefe
s	Reibweg
S	Sicherheitsfaktor
So	Sommerfeldzahl
$S_{ax,ay}$	Autokorrelationslänge in x -Richtung bzw. in y -Richtung
t	Zeit
t_L	Lagerdicke
T	Temperatur
\bar{T}	mittlere Temperatur
T_0	Umgebungstemperatur
u	elastische Deformation, Strömungsgeschwindigkeit in Umfangsrichtung, Umfangsgeschwindigkeit
U	Umfangsgeschwindigkeit, Kontaktspannung
U_S	Gleitgeschwindigkeit $U_1 - U_2$
v	Strömungsgeschwindigkeit in radialer Richtung
\dot{V}	Volumenstrom
V_w	Verschleißvolumen
w	Strömungsgeschwindigkeit in axialer Richtung
W_R	Reibarbeit
x, y, z	kartesische Koordinaten
X, Y	Störungsgrößen Verschiebung
X_A, Y_A, Z_A	äußere Feldkräfte
\tilde{y}	dimensionslose Spalthöhe
\bar{y}, \bar{z}	dimensionslose Koordinaten
z	Profilhöhenverteilung
\bar{z}	Mittelwert der rauen Oberfläche

Griechische Buchstaben

β	Krümmungsradius einer Rauheitsspitze
γ	Peklenik-Faktor
$\dot{\gamma}$	Schergefälle
δ	Rauheitsamplitude

ΔR	radiales Lagerspiel
η	Dynamische Viskosität
η^*	dimensionslose Viskosität
λ	Wärmeleitfähigkeit
Π	dimensionsloser Druck $\Pi = p \psi^2 / (\eta_0 \omega)$
μ	Reibungskoeffizient
ν	Querkontraktionszahl
ξ	Relaxationsparameter
ξ, η	kartesische Koordinaten
ρ	Dichte
ρ^*	dimensionslose Dichte
τ	Schubspannung
φ	Umfangswinkel
Φ	Dissipation
$\Phi(z)$	Gaußsche Normalverteilung der Asperiten
Φ^{fp}	Schubspannungsfaktor der Poiseuilleströmung
Φ^{fs}	Schubspannungsfaktor der Couetteströmung
Φ^p	Druckflussfaktor
Φ^s	Scherflussfaktor
ψ	relatives Lagerspiel, Kippwinkel
Ψ_x, Ψ_y	Störungsgrößen Schrägstellung
ω	Winkelgeschwindigkeit

Indizes

0	Startwert, Umgebung
<i>a</i>	außen
<i>al</i>	alternativ
<i>ax</i>	axial
<i>B</i>	Bolzen
<i>BP</i>	Betriebspunkt
<i>c</i>	Festkörperanteil
<i>C</i>	Couette
<i>def</i>	deformiert
<i>e, E</i>	östlich
<i>eff</i>	effektiv
<i>F</i>	Fliehkraft

<i>hyd</i>	Hydrodynamischer Anteil
<i>ges</i>	gesamt
<i>i</i>	innen
<i>in</i>	eingelaufene Oberfläche
<i>kri</i>	kritisch
<i>L</i>	Lager
<i>min</i>	minimal
<i>max</i>	maximal
<i>n, N</i>	nördlich
<i>neu</i>	neue Oberfläche, aktualisierte Spalthöhe
<i>nom</i>	normiert
<i>P</i>	Poiseuille, Planet
<i>r</i>	radial
<i>R</i>	Reibung
<i>red</i>	reduziert
<i>s, S</i>	südlich
<i>SB</i>	Schwimmbuchse
<i>stat</i>	statisch
<i>T</i>	Tasche
<i>U</i>	Umgebung
<i>zu</i>	Zuführung
<i>w, W</i>	westlich
δ	mikroskopische Ebene

Abkürzungen

<i>ACF</i>	Autokorrelationsfunktion
<i>DOF</i>	Anzahl der Freiheitsgrade
\mathcal{F}	Fouriertransformation
<i>GW</i>	Greenwood-Williamson Modell
<i>h, H</i>	Übertragungsfunktion
<i>HSS</i>	High speed shaft
<i>ISS</i>	High speed intermediate shaft
<i>KB</i>	Kopplungsbohrung
<i>LSS</i>	Low speed shaft
<i>PL</i>	Planet shaft
<i>PSD</i>	Leistungsdichtespektrum

1 Einleitung

1.1 Problemstellung

Im Zuge der Energiewende leistet die Windenergie einen wesentlichen Beitrag im Bereich der regenerativen Energien und trägt damit aktiv zur Ressourcenschonung bei, wodurch ein nachhaltiger Klimaschutz gewährleistet werden kann. Die Wandlung von Windenergie in elektrische Energie ist weltweit möglich und gilt selbst unter den regenerativen Energien als besonders umweltschonend [1]. Daher ist diese Technologie zusammen mit der Photovoltaik einer der wichtigsten Bausteine für eine zukünftige, autarke Energieversorgung der Bevölkerung [2]. Da die Standorte zur Errichtung von Windkraftanlagen in Deutschland oftmals strengen behördlichen Vorgaben genügen müssen und somit begrenzt sind, ist es umso wichtiger, dass die installierten Anlagen zuverlässig und möglichst effizient arbeiten.

In den Getrieben von Windenergieanlagen werden derzeit zumeist Wälzlager eingesetzt [3]. Gerade aufgrund der zahlreichen Betriebspunkte mit niedriger Drehzahl und hoher Last, wie sie bei Anfahrvorgängen oder bei extremen Windbedingungen auftreten, wurden die Wälzlager den Gleitlagern bislang vorgezogen. Jedoch entstehen immer wieder und mitunter nach relativ kurzer Betriebsdauer sogenannte White Etching Cracks in den Wälzlagern, deren Ursache bis heute noch nicht abschließend geklärt werden konnte [4]. Dieses Frühversagen des Getriebes ist mit einer sehr kostenintensiven Demontage und Reparatur verbunden, die einen großen wirtschaftlichen Schaden verursachen können.

Mit der Entwicklung immer verschleißfesterer Lagerwerkstoffe und Beschichtungen stellen die Gleitlager inzwischen eine vielversprechende Alternative zu den konventionellen Lagerungskonzepten dar. Solange Gleitlager hydrodynamisch betrieben werden und Welle und Stator von einem ausreichend dicken Schmierfilm getrennt sind, sind diese nahezu verschleißfrei und gewährleisten damit eine sehr hohe Lebensdauer. Darüber hinaus ermöglicht der geringere Bauraumbedarf der Gleitlager eine sehr viel kompaktere Bauweise, so dass die Leistungsdichte der Windenergieanlagen bei gleichzeitig geringeren Bauteilkosten erheblich gesteigert werden kann. Weiterhin können Lärm und Vibrationen der Anlagen durch den Einsatz von Gleitlagern reduziert werden.

Zur Nutzung dieser Vorteile werden in den Getrieben von Windenergieanlagen sowohl gleitgelagerte Wellen als auch Planeten eingesetzt. In den ersten Feldversu-

chen waren die Lagerkonzepte unterschiedlicher Hersteller bereits erfolgreich [5] und [6], so dass ein erhebliches Potenzial in dieser Technologie identifiziert werden konnte. In Abbildung 1.1 ist beispielhaft ein gleitgelagertes Getriebe mit einer Planetenstufe dargestellt.

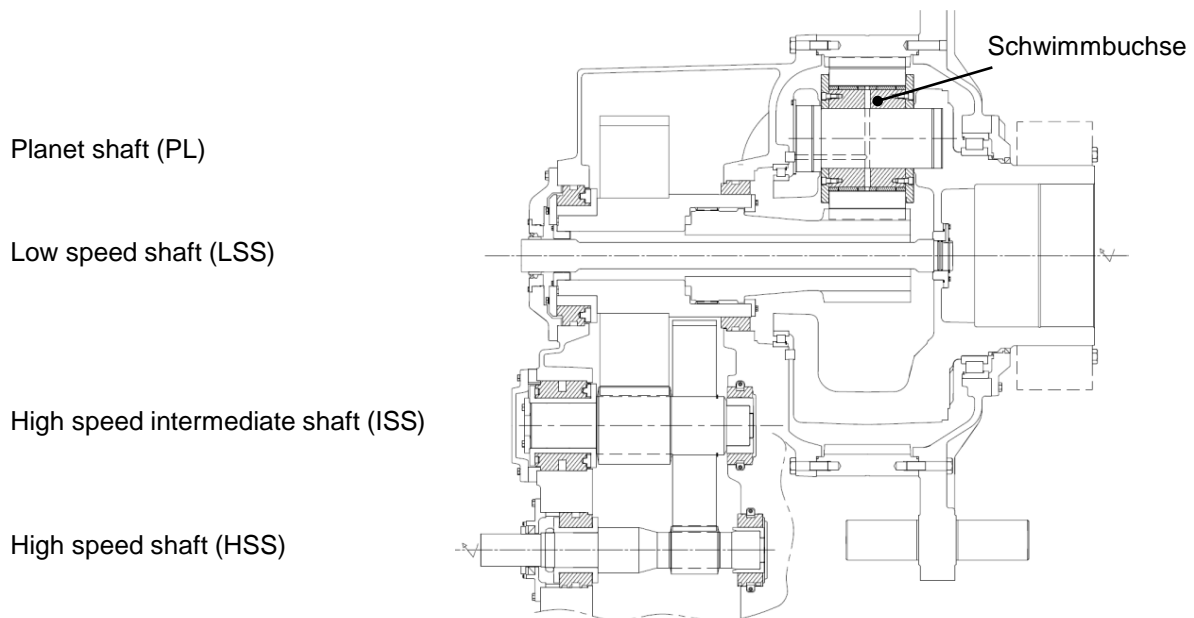


Abbildung 1.1: Getriebe in einer Windenergieanlage mit Gleitlagern [5]

Für die Auslegung der herkömmlichen radialen und axialen Gleitlager an den unterschiedlich schnell rotierenden Wellen (LSS, ISS, HSS) stehen bereits Programme wie COMBROS R [7], [8] und COMBROS A [9] zur Verfügung, die in verschiedenen Untersuchungen und Veröffentlichungen, z. B. ([10]-[17]), für zahlreiche Anwendungen validiert wurden.

Dagegen beinhalten die spezifischen Betriebsbedingungen von Planetenradgleitlagern (PL) neue Anforderungen, die von den bisherigen Programmen noch nicht vollständig abgebildet werden können. So bewirkt bereits die neue kinematische Ausgangssituation, bei der der Planet rotiert und der Bolzen stillsteht, eine komplett andere Temperaturverteilung im Vergleich zum konventionellen Gleitlager. Die Belastungen des Planetenradgleitlagers werden im Wesentlichen durch die Zahnradkräfte hervorgerufen. Da die Planetenräder zur Verbesserung der Laufruhe und der Festigkeitseigenschaften überwiegend einfach schrägverzahnt sind, treten neben den tangentialen und radialen Kräften auch axiale Kräfte auf. Letztere erzeugen ein zusätzliches Moment, das senkrecht zu den tangentialen Kräften wirkt, so dass die Gleitlagerstelle in zwei unterschiedlichen Ebenen belastet wird. Neben dieser ungünstigen

Lastsituation mit einem sehr hohen spezifischen Druck von $\bar{p} \approx 15 \text{ MPa}$ besitzen die Planeten meist nur sehr niedrige Umfangsgeschwindigkeiten $u \leq 1,0 \text{ m/s}$. Damit ist ein vollständig hydrodynamischer Betrieb nicht in allen möglichen Betriebspunkten gegeben. Es tritt zeitweise Mischreibung auf und Verschleiß kann entstehen.

Im Bereich der Mischreibung ist der Schmierfilmdruck nicht mehr ausreichend, um die äußeren Lasten zu kompensieren, so dass Festkörpertraganteile an einzelnen Rauheitsspitzen vorliegen. Weiterhin kann der Einfluss der Mikrogeometrie auf das Strömungsverhalten im Lager nicht mehr vernachlässigt werden, wenn sich die minimale Spalthöhe in derselben Größenordnung wie die Rauheit der Lagersoberflächen bewegt. Erschwerend kommt hinzu, dass die Planeten nur punktuell mit der Sonne und dem Hohlrad im Eingriff sind und daher eine relativ hohe elastische Nachgiebigkeit besitzen. Aufgrund der großen mechanischen Belastungen entsteht ein komplexer Verformungszustand zwischen dem Planeten und dem Bolzen, der die Spaltfunktion ändert und somit wiederum Rückwirkungen auf die Strömungsmechanik und die Lagereigenschaften hat. Zuletzt wurden in einzelnen Getrieben bereits erfolgreich Planetenradgleitlager mit Schwimmbuchsen getestet [5], vgl. Abbildung 1.1. Dadurch entsteht ein System aus zwei korrespondierenden Spalten, das sich selbständig an die unterschiedlichen Lastsituationen anpasst und mehr Sicherheit im Betrieb gewährleisten kann.

Im Rahmen dieser Arbeit soll daher das bestehende Radialgleitlagerberechnungsprogramm COMBROS R zunächst an die neue Kinematik und Lastsituation von Planetenradgleitlagern angepasst und anschließend um zusätzliche Module zur Berücksichtigung von Mischreibung, Verschleiß und Lagerdeformationen ergänzt werden. Die einzelnen neuen Berechnungsverfahren werden anhand von Messdaten validiert und mit Hilfe von Sensitivitätsanalysen auf ihre Relevanz für die Simulation von Planetenradgleitlagern untersucht. Auf diese Weise kann mit den entwickelten Algorithmen eine genauere und zuverlässigere Aussage über das Betriebsverhalten von Planetenradgleitlagern erfolgen.

1.2 Stand der Forschung

Zum jetzigen Zeitpunkt sind in der Literatur keine Veröffentlichungen zu finden, die explizit die spezielle Kinematik, den komplexen Verformungszustand und die Auswirkungen von Mischreibung und Verschleiß auf das Betriebsverhalten der Planetenradgleitlager beschreiben. Daher wird nachfolgend der Stand der Forschung in den

einzelnen Teildisziplinen zusammengefasst, auf denen in dieser Arbeit aufgebaut werden kann.

1.2.1 Hydrodynamische Gleitlager unter Berücksichtigung elastischer Deformationen

Für die Beschreibung der hydrodynamischen Verhältnisse in Gleitlagern existieren bereits zahlreiche Untersuchungen, z. B. [25], [45], [51], [53], [54] oder [60], auf deren Grundlage Lagermodelle für Fest- und Kippsegmentlager entwickelt und validiert werden konnten. Diese beschreiben die Hydrodynamik mit Hilfe der Reynolds'schen Differenzialgleichung, die aus den Navier-Stokes-Gleichungen und der Kontinuitätsgleichung abgeleitet werden kann, und ermöglichen die Berechnung der maßgebenden statischen und dynamischen Lagerkennwerte. Durch gezielte Erweiterungen der Grundgleichungen können zusätzliche Effekte wie Schmierfilmkavitation, -turbulenz oder eine dreidimensional veränderliche Viskosität des Schmierfilms im Rahmen der Berechnung berücksichtigt werden. Da die Viskosität stark nichtlinear von der Temperatur abhängt, ist es notwendig iterativ die Reynolds'sche Differenzialgleichung und die dreidimensionale Energiegleichung für den Schmierfilm und die Bauteile iterativ zur Ermittlung eines Gleichgewichtszustandes lösen. Basierend auf diesen theoretischen Modellen und den Erkenntnissen aus unterschiedlichen Forschungsprojekten, z. B. ([10]-[17]), konnte das Lagerberechnungsprogramm COMBROS R entwickelt und stetig verbessert werden. Dieses liefert somit bereits ein breites Spektrum an Möglichkeiten für die Berechnung hydrodynamisch betriebener Gleitlager mit den unterschiedlichsten Geometrien (Fest- oder Kippsegmenten) und Betriebsbedingungen. COMBROS R bildet somit die Grundlage für das theoretische Gleitlagermodell für Planetenräder.

Weitere Studien beschäftigen sich gezielt mit den Auswirkungen thermischer und mechanischer Deformationen auf das Lagerbetriebsverhalten. So ist es bereits gängige Praxis, die Deformationen der Welle zu linearisieren und als Schrägstellung zwischen Welle und Lager zu berücksichtigen, z.B. [26], [27]. Aufgrund der Verformungen können sich die charakteristischen Lagerkennwerte wie die minimale Schmierfilmdicke oder der maximale Schmierfilmdruck maßgeblich ändern und es kann sich ein neues dynamisches Betriebsverhalten ergeben [32]. Weiterhin wurden in [29] sowohl die thermischen als auch die mechanischen Deformationen eines kreiszylindrischen Festsegmentlagers berücksichtigt und gezeigt, dass sich diese

positiv auf das Tragverhalten des Lagers auswirken. Die Kopplung zwischen der Festkörpermechanik und der Strömungsmechanik kann dabei mit Hilfe von Einflusszahlenmatrizen erfolgen [24] oder das Gleitlagerberechnungsprogramm wird in einer Cosimulation mit einer FE-Software betrieben. Auf diese Weise berechnete *Hagemann* [51] die Verformungen von Fest- und Kippsegmentlagern und kam zu dem Ergebnis, dass eine vereinfachte Beschreibung des Deformationsverhaltens mittels analytischer Gleichungen nur bei moderaten Betriebsbedingungen zufriedenstellende Ergebnisse liefert. Verbunden mit den Auswirkungen auf die Hydrodynamik haben die elastischen Deformationen somit auch Rückwirkungen auf die Übergangsdrehzahl in die Mischreibung. *Illner* [33] entwickelt ein analytisches Lagermodell zur Berechnung der kritischen Spalthöhe und verifiziert dieses mit Hilfe der Ergebnisse aus einer FE-Rechnung für Festsegmentlager mit unterschiedlicher Geometrie. Er nutzt zur Erhöhung der Rechengeschwindigkeiten Elastizitätsmatrizen, die er aus dem aufgebauten FE-Modell des Gehäuses abgeleitet hat.

1.2.2 Mischreibung und Verschleiß

In der Mischreibung sind die Oberflächen der Welle und des Gehäuses nicht mehr vollständig durch den Schmierfilm getrennt und erste Rauheitsspitzen kommen in Kontakt. Daher teilt sich die äußere Belastungskraft in einen hydrodynamischen und einen Festkörpertraganteil auf. Zudem ist die Annahme ideal glatter Oberflächen im Bereich der Fluidströmung nicht mehr gültig.

Abbildung mikrohydrodynamischer Einflüsse auf die Fluidströmung

Die Bestimmung des hydrodynamischen Drucks erfolgt in der Mischreibung weiterhin mit der Reynolds'sche Differenzialgleichung, jedoch muss bei sehr kleinen Spalthöhen der Einfluss der Oberflächentopographie auf die Strömung berücksichtigt werden. Diese konnte in den bisherigen Lagermodellen als ideal glatt angenommen werden, da die minimale Schmierfilmdicke im hydrodynamischen Betrieb deutlich größer als die Rauheit der Oberflächen ist. Die Auswirkungen der Mikrogeometrie auf das Strömungsverhalten können mit statistischen oder deterministischen Ansätzen beschrieben werden. Deterministische Modelle erfordern eine sehr feine Diskretisierung der Oberflächen, um die Topographie ausreichend detailliert abbilden zu können. Aus diesem Grund finden derartige Ansätze überwiegend im Bereich der elastohydrodynamischen Schmierung bei Wälzlagern oder Zahnkontakten Anwen-

dung. *Venner* [83] untersuchte dazu den Einfluss der Welligkeit auf die Schmierfilmhöhe bei unterschiedlichen Umfangsgeschwindigkeiten. Weiterhin analysierten *Hu & Zhu* [104], [105] reale Oberflächen unter isothermen Bedingungen. In Ergänzung hierzu berücksichtigen *Xu & Sadeghi* [102] und *Solovveyev* [103] den Temperatureinfluss im Kontaktbereich. Dabei beschränkte sich jedoch der Kontakt meist auf sehr kleine, kreisförmige Gebiete von wenigen Mikrometern, da verbunden mit einer hochauflösenden Vernetzung auch die Rechenzeit sehr stark ansteigt. So kommen Untersuchungen verschiedener Autoren übereinstimmend zu dem Ergebnis, dass die Charakteristika der realen Oberfläche aufgrund der Größe der Kontaktzone bereits bei sehr kleinen Gleitlagern nur schwer zu beschreiben sind, z. B. [31]-[34].

Dagegen wird in dem statistischen Ansatz von *Patir & Cheng* [106], [107] die Reynold'sche Differentialgleichung um sogenannte Flussfaktoren erweitert, um den Einfluss der Oberflächentopographie auf die Spaltströmung mit einem rechentechnisch effizienterem Modell zu erfassen. Die Flussfaktoren stellen daher ein Bindeglied zwischen der Mikro- und Makrogeometrie dar. Die Bestimmung dieser Parameter kann auf unterschiedlichste Weise erfolgen. *Patir & Cheng* [106], [107] lösen für einen kleinen repräsentativen Ausschnitt der rauen Oberfläche die Reynold'sche Differentialgleichung für verschiedene Randbedingungen und vergleichen die Ergebnisse mit der entsprechenden Strömung durch zwei ideal glatte Oberflächen. Im Zuge dieser Untersuchung ermittelten sie Näherungsformeln zur Berechnung der einzelnen Flussfaktoren in Abhängigkeit der Oberflächenstruktur. Diese Approximationen sind jedoch nur für Oberflächen gültig, deren Rauheit isotrop verteilt oder in Längs- bzw. in Querrichtung orientiert ist und gleichzeitig eine Gauß'sche Normalverteilung besitzt. Aus diesem Grund ist die Verwendung der hergeleiteten, analytischen Gleichungen in der täglichen Praxis stark eingeschränkt. So weisen die meisten Oberflächen in Abhängigkeit des Fertigungsprozesses keine Gauß'sche Normalverteilung auf, z. B. [67], [68] und [129], so dass es notwendig ist die Flussfaktoren für jede Oberflächenpaarung explizit zu bestimmen. Das numerische Modell von *Patir & Cheng* bildet die Grundlage zahlreicher weiterer Studien, die zusätzliche Effekte berücksichtigen. So kann bei einer Relativbewegung der beiden Oberflächen theoretisch Mikrokavitation auftreten, da die einzelnen Rauheitstäler nicht mehr komplett mit Schmierstoff gefüllt werden können. *Harp & Salant* [108] haben den Einfluss von Mikrokavitation auf die Flussfaktoren theoretisch untersucht und festgestellt, dass lediglich der Scherflussfaktor beeinträchtigt wird. Die Auswirkungen von elastischen

Deformationen auf die einzelnen Flussfaktoren wurde von *Fatu & Bonneau* [112] analysiert. Während der Scherflussfaktor nur unwesentlich beeinflusst wird, ergeben sich für den Druckflussfaktor in Umfangsrichtung für kleine Spalthöhen $h/R_q < 2$ größere Abweichungen. Schließlich betrachtete *Meng* [109] beide Effekte gleichzeitig und konnte für alle Flussfaktoren Unterschiede im Vergleich zu dem Modell nach *Patir & Cheng* [106], [107] zeigen.

Bei Oberflächen, deren Vorzugsrichtung weder longitudinal noch transversal, sondern diagonal verläuft, stößt jedoch das Modell von *Patir & Cheng* [106], [107] an seine Grenzen, da dieses in der Reynolds'schen Differenzialgleichung nur die Hauptdiagonaleinträge der Flussfaktortensoren berücksichtigt. Daher entwickelten *Bayada* und *Chambat* [35], [36] eine Multiskalenmethode und verallgemeinerten mit dieser die Reynolds'sche Differenzialgleichung derart, dass der gesamte Flussfaktortensor inklusive der Nebendiagonaleinträge berücksichtigt werden kann. Dieser Ansatz wurde von *Almqvist* [37] auf die instationäre Reynolds'sche Differenzialgleichung angewendet. Eine komplett andere Herangehensweise an die Bestimmung der Flussfaktoren verfolgt die Lattice-Boltzmann-Methode [38]. Bei dieser numerischen Strömungssimulation handelt es sich um einen zellulären Automaten, der auf der Massen- und Impulserhaltung beruht und die dreidimensionale Navier-Stokes-Gleichung löst. Im Gegensatz zur Reynolds'schen Differenzialgleichung wird die Strömung nicht mehr lediglich mit einer Druck- und Schleppströmung beschrieben, sondern es können sich dreidimensionale Strömungsfelder ausbilden. Jedoch ist die Bestimmung der Flussfaktoren mit einem sehr viel höheren Rechenaufwand verbunden. Aufgrund des festgestellten Einflusses der Mikrogeometrie auf die hydrodynamische Strömung, beschäftigen sich etliche Untersuchungen mit der gezielten Mikrostrukturierung der Laufflächen, um die Tragfähigkeit der Lager zu erhöhen und den Reibungskoeffizienten und gleichzeitig die Verlustleistung im Mischreibungsgebiet zu minimieren, z. B. [99]-[101].

Berechnung des Festkörperkontaktdrucks

Zur Berechnung des Festkörperkontaktdrucks werden im Wesentlichen drei Methoden mit unterschiedlicher Modellierungstiefe eingesetzt. Die höchste Güte besitzt die Analyse mit Hilfe der Finiten Elemente Methode. Mit diesem Verfahren können beliebige Materialgesetze oder auch Oberflächen mit mehreren Laufsichten sehr präzise analysiert werden. *Pei et al.* [40] untersuchten einen plastischen Kontakt zwischen

zwei rauen Oberflächen und konnten feststellen, dass sich sowohl die Druckverteilung als auch die Größe der zusammenhängenden Kontaktfläche signifikant von den Rechnungen mit einem elastischen Materialgesetz unterscheiden. Weiterhin haben sie durch eine zyklische Be- und Entlastung der Oberflächen die Auswirkungen einer Verfestigung des Materials auf die Spannungen untersucht. *Kogut & Etsion* [41], [42] analysierten die Abhängigkeit des Reibungskoeffizienten von der Normalkraft mit einem elastisch-plastischen FE-Modell und berücksichtigen zusätzliche Effekte wie Adhäsion und den Beginn des Gleitens der beiden Oberflächen aufgrund des Normaldrucks.

Deutlich weniger Effekte können mit dem semianalytischen Halbraummodell von Boussinesq [74] modelliert werden. Dieses wurde von *Lagemann* [43] für die Bewertung rauer Oberflächen herangezogen und später von *Becker* [39] erweitert, so dass zusätzlich noch reibungsbedingte Schubbelastungen und Temperatureinflüsse bei der Berechnung der Verformungen erfasst werden konnten. Im Gegensatz zu Simulationen mit FE-Programmen sind hierbei keine dreidimensionalen Berechnungsnetze zur Modellierung der Oberfläche notwendig und die Zeit der Modellerstellung und der Lösung des Gleichungssystems ist deutlich geringer. Da das Rechnernetz für das Halbraummodell keine Knoten in Kontakttiefenrichtung besitzt, können nur Verformungen in Normalenrichtung, jedoch keine Materialanhäufung an den Kontakträndern abgebildet werden. Aus dem gleichen Grund sind daher auch nur relativ einfache Materialgesetze abbildbar und die Berechnung von Lagern mit Laufschriften aus verschiedenen Materialien liegt nicht mehr im Gültigkeitsbereich. Weiterhin sind vor allem die resultierenden Verformungen an den Rändern des Kontaktgebiets aufgrund der Voraussetzungen der Halbraumtheorie mit Genauigkeitsverlusten verbunden [78]. Dieses Problem kann minimiert werden, indem die raue Oberfläche periodisch fortgesetzt wird und ein ausreichend feines Netz gewählt wird, so dass die Randeffekte nicht so stark gewichtet werden. Bei Berücksichtigung dieser Einschränkungen liefert das Halbraummodell ähnliche Ergebnisse wie die FEM und benötigt nur einen Bruchteil der Rechenzeit [76].

In der Praxis wird der Festkörperkontaktdruck überwiegend mit dem Modell von *Greenwood et al.* [84], [85] bestimmt, das auf Oberflächen mit einer Gauß'schen Normalverteilung der Asperiten beschränkt ist. Da die Berechnung nur auf numerischem Weg erfolgen kann und damit sehr zeitintensiv ist, existieren verschiedene Methoden zur Approximation der sogenannten Krafteindringkurve, z. B. [92]-[94]. So ist die Im-

plementierung der einzelnen Näherungsfunktionen recht einfach, beschreibt aber oftmals die individuellen Oberflächencharakteristika nur unzureichend. Weiterhin können auch mit dieser Methode nur relativ einfache Materialgesetze abgebildet werden.

Bei allen drei vorgestellten Berechnungsansätzen werden zur Erhöhung der Rechengeschwindigkeiten üblicherweise die beiden rauen Oberflächen zu einer Summenoberfläche zusammengefasst und gegen eine ideal glatte, starre Oberfläche gedrückt. Diese Reduktion geschieht entsprechend der Methode von *McCool* [80], so dass sowohl die geometrischen als auch materialspezifischen Eigenschaften der einzelnen Oberflächen weiterhin korrekt beschrieben werden.

Zur Validierung der unterschiedlichen Mischreibungsmodelle existieren einige Veröffentlichungen, die sich jedoch überwiegend mit den Gleitlagern von Kurbelwellen im Automotive Bereich beschäftigen, deren Kinematik, Abmessungen und Betriebsverhalten sich von den Gleitlagern in Windkraftanlagen grundlegend unterscheidet. So stellten *Allmaier et al.* [44] fest, dass bei der Berechnung von Gleitlagern der Einfluss des hydrodynamischen Drucks auf die Viskosität des Schmierstoffs nicht mehr zu vernachlässigen ist, sobald ein Betrieb in der Mischreibung vorliegt. *Lu & Khonsari* [86] verglichen die theoretisch und experimentell bestimmten Stribeck-Kurven für unterschiedliche Lasten und bei unterschiedlichen Ölzuführtemperaturen. *Zhang* [91] optimiert mit Hilfe ihres Mischreibungsmodells die Profilierung von Kurbelwellenlagern, indem sie sowohl Betriebspunkte in der Hydrodynamik als auch in der Mischreibung analysiert. Dabei verwendeten alle genannten Autoren das Kontaktmodell von *Greenwood et al.* [84], [85], jedoch unterscheidet sich der Parameter zur Beschreibung der Oberflächen um den Faktor 1000, obwohl sich alle Studien mit den ähnlich dimensionierten Pleuellagern befassen. Dadurch wird die Aussage von *Pogačnik* [95], [96] bestätigt, dass es derzeit keine verlässliche und allgemein akzeptierte Methode bei der Bestimmung der spezifischen Oberflächenkennwerte, wie der Anzahl an Rauheitsspitzen oder des Krümmungsradius der Asperiten gibt.

Verschleißmodelle

Verschleiß ist eine Systemeigenschaft, so dass viele Faktoren, wie die Werkstoffkombination, der Schmierstoff, die Geometrie und nicht zuletzt das Belastungskollektiv die Verschleißprozesse wesentlich beeinflussen [138]. Aus diesem Grund existie-

ren in der Literatur zahlreiche Verschleißmodelle, die auf den spezifischen Anwendungsfall angepasst sind und teilweise bis zu 100 unterschiedliche Eingabeparameter benötigen, vgl. [135]-[137]. Für eine praxisgerechtere Anwendung hat sich daher das Verschleißmodell nach *Archard* [123], [124] durchgesetzt, das lediglich die Verschleißrate des Systems als unbekannten Parameter benötigt. Zur Bestimmung dieses Kennwerts schlägt *Kragelski* [127], [128] eine analytische Methode vor, bei der die Verschleißrate mit Hilfe einer Festigkeitsbetrachtung bestimmt wird. Jedoch wird aufgrund der Komplexität der Verschleißprozesse eine experimentelle Ermittlung unter reproduzierbaren Bedingungen theoretischen Ansätzen meist vorgezogen. *Fleischer* [130]-[132] postuliert, dass bei einer Berührung der beiden Kontaktpartner Energie in dem tribologischen System gespeichert wird. Überschreitet der akkumulierte Energieeintrag aller Kontakte einen Grenzwert, entstehen plastische Verformungen, die Risse initiieren und schließlich zu einem Materialabtrag führen.

Bei Gleitlagern tritt gerade während des Startvorgangs oder bei kurzfristig wirkenden sehr hohen Lasten Verschleiß auf. Die dabei entstandene Verschleißmenge muss das spätere Laufverhalten des Lagers nicht zwangsläufig negativ beeinflussen. *Kumar* [48] und *Suzuki* [49] kamen zu dem Schluss, dass verschlissene Lager sogar ein besseres Stabilitätsverhalten als neue Lager haben können. *Fillon* [46], [47] stellte zudem fest, dass selbst bei einer Verschleißtiefe von $9\text{ }\mu\text{m}$ ein sicherer Betrieb des von ihnen untersuchten Lagers in der Hydrodynamik möglich ist. So reduzieren sich aufgrund des Materialabtrags der maximale Druck und die maximale Temperatur im Lager. Lediglich die Verlustleistung erhöhte sich im betrachteten Fall leicht. Umso wichtiger ist es daher, die Verschleißmenge während der gesamten Betriebszeit möglichst exakt vorhersagen zu können, damit die Wartungsintervalle unter ökonomischen Aspekten definiert werden können. Aus diesem Grund stellt gerade die Beschreibung des Einlaufvorgangs, bei dem im Hinblick auf die gesamte Betriebsdauer relativ viel Verschleiß auftritt, eine wichtige Fragestellung dar. In dieser Zeit ändern sich die Oberflächenparameter, da die Rauheitsspitzen geglättet werden. Die resultierende Topographie besitzt wiederum einen maßgeblichen Einfluss auf die darauffolgende Verschleißentwicklung [129]. *Sander et al.* [89], [90] hat zu diesem Thema die Oberfläche eines neuen und eingelaufenen Kurbelwellenlagers vermessen und mit den jeweiligen Oberflächenkennwerten eine Stribeck-Kurve berechnet. Dabei bestätigt sein Modell, dass das eingelaufene Lager erst wesentlich später in die Mischreibung eintritt und somit ein günstigeres Betriebsverhalten aufweist. Weiterhin ermit-

telt er den Verschleiß an einem dynamisch belasteten Kurbelwellenlager, berücksichtige dabei jedoch keine Änderungen der Oberflächentopographie. Im Gegensatz dazu interpoliert *Bartel et al.* [30] zwischen den Oberflächenkennwerten des neuen und des eingelaufenen Lagers mit Hilfe einer Wurzelfunktion und berechnet auf diese Weise auch konkret die Verschleißmenge während des Einlaufs. Dazu benutzte er das energetische Verschleißmodell von *Fleischer* [130]-[132] und bestimmte das Ende der Einlaufdauer mit Hilfe der Verschleißhöhe. In den Verschleißmodellen von *Bartel* [30] und *Sander* [90] bleiben der Reibungskoeffizient und die Verschleißrate, die experimentell über die gesamte Versuchsdauer gemittelt werden, konstant. Da diese Kenngrößen jedoch stark von der Drehzahl und der Belastung abhängen, z. B. [123], [132], [141], [142], ist es nicht ohne weitere Experimente möglich, zusätzliche Betriebspunkte mit diesen Modellen verlässlich vorherzusagen.

1.2.3 Fazit der Literaturrecherche

Die Auswertung der verschiedenen Studien zeigt, dass die wesentlichen Grundlagen zur Beschreibung von Gleitlagern in der Hydrodynamik und Mischreibung vorliegen. Jedoch werden viele Untersuchungen in diesem Themengebiet hauptsächlich an dem großen Pleuellager im Automotive Bereich durchgeführt, das sich von der Geometrie, den Betriebsbedingungen und eingesetzten Schmierstoffen wesentlich von den Planetenradgleitlagern in Windkraftanlagen unterscheidet. Auch sind die Mischreibungs- und Verschleißmodelle meist sehr fallspezifisch, so dass ein allgemeingültiger Modellierungsansatz fehlt.

Zudem existieren keine Modelle zur Berechnung der Verformungen von Planetenradgleitlagern mit Schwimmbuchse. Die Aufteilung in zwei korrespondierende, hydrodynamische Spalte ist zwar zur Senkung des Temperaturniveaus und zur Verbesserung des Stabilitätsverhalten in sehr schnell laufenden, kaum belasteten Turboladern gängige Praxis [21], jedoch gibt es noch keine theoretischen Modelle für langsam laufende und hochbelastete Anwendungen. In den FE-Modellen für Planetenradgleitlager kommt erschwerend dazu, dass stets auch die Interaktion mit der Verzahnung beachtet werden muss.

Aufgrund dieser Defizite ist weiterer Forschungsbedarf im Bereich der Planetenradgleitlager notwendig, um die realen Betriebsverhältnisse besser beschreiben zu können und damit die Konstruktion möglichst effizienter und zuverlässiger Windkraftanlagen zu erleichtern.

1.3 Zielsetzung und Lösungsweg

Die beiden wesentlichen Ziele dieser Arbeit sind zum einen die Erweiterung des validierten Radialgleitlagerberechnungsprogramms COMBROS R [7], [8] um ein Mischreibungs- und Verschleißmodul und zum anderen die Anpassung der Software an die spezifischen Betriebsverhältnisse von Planetenradgleitlagern. Zu diesen gehören die Berücksichtigung eines rotierenden Planeten und stillstehenden Bolzens, die Erweiterung des mechanischen Gleichgewichts zur Definition von Belastungen durch äußere Momente, die Berechnung von Lagern mit Schwimmbuchsen und die Kopplung der Festkörper- mit der Strömungsmechanik, um den Einfluss elastischer Verformungen zu erfassen. Bei der Erstellung der Modelle und bei der numerischen Umsetzung stehen neben der realitätsnahen Beschreibung aller auftretenden Phänomene vor allem die Recheneffizienz und die Anwendbarkeit in der Praxis im Vordergrund. Dadurch soll das modifizierte Gleitlagerprogramm in der Industrie zur Auslegung und Optimierung aller Gleitlagerstellen in Windenergieanlagen eingesetzt werden können.

Bei der Umsetzung werden zunächst detailliert die einzelnen Algorithmen zur Simulation der Mischreibung und des Verschleißes beschrieben, um die Qualität der späteren Ergebnisse möglichst transparent darzustellen. Bei der Berechnung von Betriebspunkten in der Mischreibung muss die Mikrogeometrie mit der Makrogeometrie gekoppelt werden. Dazu wird die Reynolds'sche Differenzialgleichung mit Flussfaktoren erweitert, die die Rückwirkungen der Oberflächentopographie auf die hydrodynamische Strömung abbilden. Durch diese indirekte Kopplung werden kurze Rechenzeiten gewahrt und Parametervariationen bei dem Design der Lagerstelle bleiben weiterhin möglich. Der zusätzliche Festkörpertraganteil wird mit dem semianalytisches Halbraummodell von *Boussinesq* [74] berechnet. Auf die Bestimmung des Festkörperkontaktendrucks mittels finiter Elemente wird verzichtet, da ausschließlich homogene Materialien und keine Lager mit mehreren Materialschichten analysiert werden. Die Berechnung der Flussfaktoren und der Krafteindringkurve erfolgt in einem separaten Preprozessor, der die benötigten Eingangsgrößen für das Gleitlagerberechnungsprogramm bereitstellt. Hierbei können sowohl raue Oberflächen eingelesen als auch Oberflächen mit den gewünschten Eigenschaften numerisch generiert werden. Die Wahl des Verschleißmoduls fällt auf das international sehr weit verbreitete Modell von *Archard* [123], [124] und das im deutschsprachigen Raum geläufige Modell von *Fleischer* [130]-[132]. Diese benötigen nur ein bzw. zwei Verschleiß-

kennwerte und erlauben somit eine vergleichsweise eindeutige Parametrierung. Weiterhin wird eine Methode zur Abbildung des Einlaufvorgangs vorgestellt, die neben der makroskopischen Spaltänderung auch die mikroskopischen Änderungen der Oberflächenstruktur auf das Verschleißverhalten der Gleitlager berücksichtigt. Unumgänglich bleibt dennoch die experimentelle Bestimmung der Verschleißrate und des Reibungskoeffizienten, um das gesamte tribologische System abschließend bewerten zu können. Daher wird auf die Durchführung und Auswertung von Stift-Scheibe Versuchen zur Ermittlung der unbekannten Parameter näher eingegangen.

Das Mischreibungs- und Verschleißmodell werden sowohl mit Sensitivitätsstudien auf ihre physikalische Plausibilität überprüft als auch mit Versuchen an einem Prüfstand validiert. Der Versuchsplan beinhaltet sowohl statische als auch dynamische Experimente, um ein möglichst breites Spektrum an Betriebsbedingungen abzudecken.

Zur Anpassung des Gleitlagerberechnungsprogramms an die Kinematik von Planetengetrieben wird zunächst die Energiegleichung modifiziert, so dass sich auf dem rotierenden Planeten ein Temperaturprofil ausbildet, das unabhängig von der Umfangskoordinate ist. Zusätzlich wird das mechanische Gleichgewicht erweitert, um neben den Kräften gleichzeitig auch äußere Momente definieren zu können und somit die Kräfte bei einer Einfach-Schrägverzahnung vollständig zu erfassen. Weiterhin werden die Rückwirkungen der elastischen Verformungen der Bauteile auf das Betriebsverhalten im Gleitlager über den Einsatz von Elastizitätsmatrizen erfasst. Diese Kopplung zwischen der Festkörper- und Strömungsmechanik liefert aufgrund der Linearität des strukturmechanischen Modells die gleichen Ergebnisse wie ein direkter Austausch der statischen Lagerkennwerte und Verformungen zwischen dem Gleitlagerberechnungsprogramm und einem separat arbeitenden FE-Programm bei deutlich kürzeren Rechenzeiten.

Zur Simulation von Planetenradgleitlagern mit Schwimmbuchsen, werden die bestehenden Modelle aus dem Bereich der Turboanwendungen [49] aufgegriffen, weiterentwickelt und in die genannten Algorithmen zur Beschreibung von Mischreibung, Verschleiß und Verformung der Lagerstellen in Planetengetrieben eingebunden.

2 Modell zur Beschreibung des Lagerbetriebsverhaltens unter Mischreibung

Zur theoretischen Abbildung sämtlicher Reibungszustände in Radialgleitlagern wird das bestehendes hydrodynamisches Lagermodell in COMBROS R um eine Beschreibung von Mischreibungszuständen erweitert. Hierfür werden zunächst die wesentlichen Größen zur Beschreibung rauer Oberflächen eingeführt und anschließend der Festkörperkontakt Druck und der hydrodynamische Druck in der Mischreibung bestimmt. Des Weiteren wird auf die Berechnung des zusätzlichen Wärmeeintrags an den Kontaktstellen eingegangen.

2.1 Reibungszustände in einem Gleitlager

In einem Gleitlager können in Abhängigkeit der Betriebsbedingungen Grenz- Misch- und Flüssigkeitsreibung auftreten. Die Zuordnung der Reibungszustände kann mit Hilfe der Stribeck-Kurve nach Abbildung 2.1 erfolgen [23]. Die Stribeck-Kurve beschreibt die Entwicklung des Reibungskoeffizienten μ über der Drehzahl n bei konstanter äußerer Kraft F und konstanter Viskosität des Schmierstoffs η .

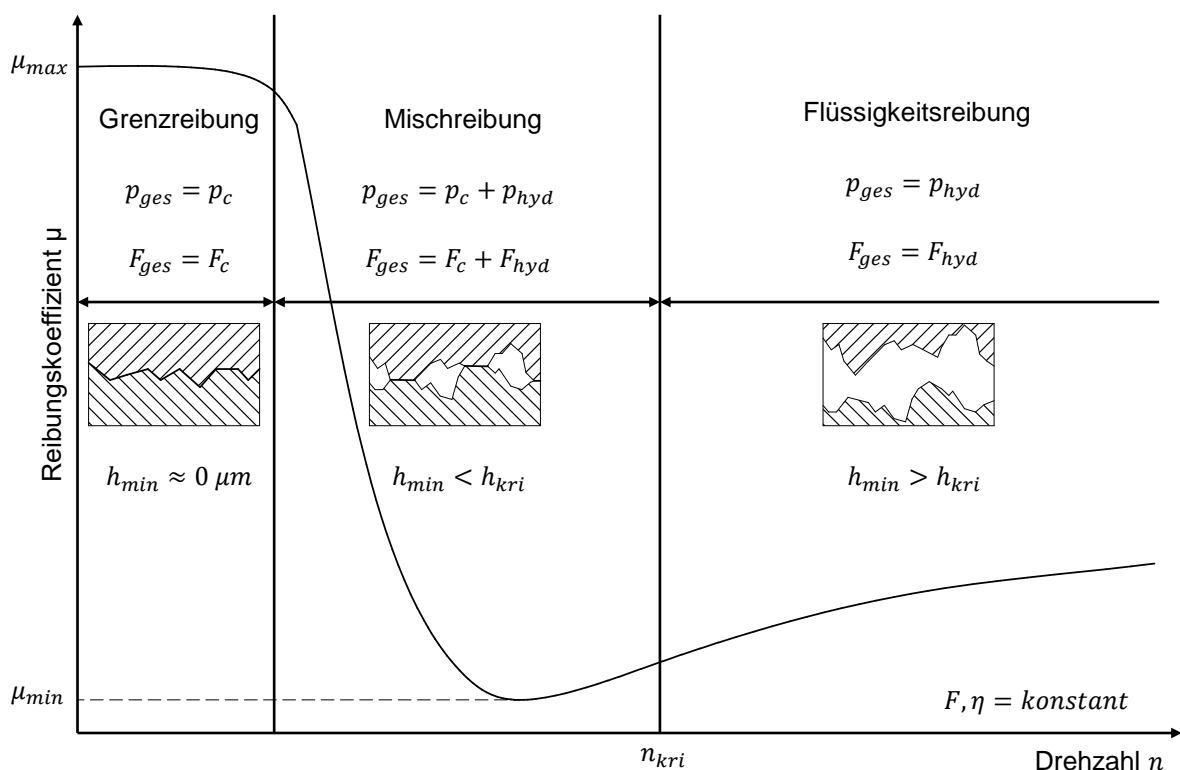


Abbildung 2.1: Schematische Stribeck-Kurve bei konstanter Last und Viskosität [23]

Im Bereich der Flüssigkeitsreibung sind die Oberflächen der Kontaktpartner vollständig durch einen Schmierfilm getrennt und das Lager läuft nahezu verschleißfrei. In

diesem Fall wird die gesamte äußere Kraft F_{ges} ausschließlich durch die hydrodynamische Tragkraft des Schmierfilms F_{hyd} kompensiert. Mit fallender Drehzahl sinkt die hydrodynamisch wirksame Geschwindigkeit und die Tragfähigkeit sowie die minimale Schmierfilmhöhe h_{min} des Lagers nehmen ab. Beim Unterschreiten einer kritischen Drehzahl n_{cr} reicht die Tragwirkung des Schmierfilms nicht mehr aus, um die Oberflächen vollständig voneinander zu trennen und einzelne Rauheitsspitzen kommen in Kontakt. Folglich wird im Mischreibungsgebiet die äußere Kraft F_{ges} nicht mehr alleine durch die hydrodynamische Tragkraft F_{hyd} sondern zusätzlich durch die Festkörperkontaktkraft der einzelnen Kontakte F_c ausgeglichen.

$$F_{ges} = F_c + F_{hyd} \quad (2.1)$$

Der Übergang von der Flüssigkeitsreibung zur Mischreibung wird im Allgemeinen am Wendepunkt der Stribeck-Kurve festgelegt, ab dem der Reibungskoeffizient mit der Geschwindigkeit degressiv und nicht mehr progressiv zunimmt. Die kritische Spalthöhe h_{kri} beschreibt dabei den Grenzwert, ab dem die ersten Asperiten der Oberflächen in Kontakt kommen, und hängt demnach entscheidend von der Topographie der Oberflächen ab. Das Reibungsminimum μ_{min} des Gleitlagers liegt im Mischreibungsgebiet, da die Festkörperreibung zu Beginn des Mischreibungsgebietes noch vernachlässigbar klein ist und die Flüssigkeitsreibung den Verlauf des Reibungskoeffizienten bestimmt. Auf der linken Seite des Reibungsminimums nimmt der Festkörpertraganteil F_c deutlich zu und der Reibungskoeffizient steigt stark an, bis schließlich der Bereich der Grenzreibung erreicht wird. In diesem wird der Reibungskoeffizient neben der Belastung noch von den Werkstoffen, der Oberflächenrauheit sowie dem molekular dünnen Schmierstofffilm zwischen den Körpern beeinflusst. In diesem Abschnitt ist der hydrodynamische Traganteil vernachlässigbar und der Reibungskoeffizient erreicht sein Maximum μ_{max} .

Bei der Auslegung eines robusten und verschleißfreien Gleitlagers sollte der nominelle Betriebspunkt einen ausreichend großen Abstand zum Mischreibungsgebiet besitzen. Gleichzeitig sind die Reibungsverluste auf ein akzeptables Niveau zu begrenzen. Ein dauerhafter Betrieb im Reibungsminimum geht mit dem Risiko einher, dass bereits bei leichten Schwankungen der Betriebsbedingungen der Reibungskoeffizient stark zunimmt und das Lager massiv geschädigt werden kann. Der Reibungs-

koeffizient μ im Bereich der Mischreibung ergibt sich mit Hilfe des Coulomb'schen Gesetzes und der Beziehung (2.1) zu:

$$\mu = \frac{F_R}{F_{ges}} = \frac{F_{R,c}}{F_{ges}} + \frac{F_{R,hyd}}{F_{ges}} = \mu_c + \mu_{hyd} \quad (2.2)$$

In dieser Gleichung beschreibt F_R die gesamte Reibkraft im Lager, $F_{R,c}$ die Reibkraft der Festkörperkontakte und $F_{R,hyd}$ die Reibkraft in der Flüssigkeit. Während sich der hydrodynamische Anteil des Reibungskoeffizienten μ_{hyd} mit dem Newton'schen Schubspannungsansatz direkt aus der resultierenden Druckverteilung p_{hyd} im Schmierspalt berechnen lässt, z.B. [25], muss μ_c im Allgemeinen experimentell, beispielsweise mit Hilfe von Stift-Scheibe Versuchen, bestimmt werden.

Zur vollständigen Beschreibung der Stribeck-Kurve sind neben den Reibungskoeffizienten μ_c und μ_{hyd} noch der Festkörperkontaktdruck p_c , der hydrodynamische Schmierfilmdruck p_{hyd} und die kritische Spalthöhe h_{kri} bzw. die Übergangsdrehzahl n_{cr} notwendig. Die Definition einer Drehzahl für den Übergang zwischen der Mischreibung und der Grenzreibung ist dagegen nicht zwingend erforderlich. Selbst in der Grenzreibung existiert aufgrund der Drehzahl theoretisch noch ein hydrodynamischer Anteil, der jedoch so gering ist, dass er im Vergleich zum Festkörpertraganteil vernachlässigt werden kann.

2.2 Topographie rauer Oberflächen

Besitzt die minimale Schmierfilmdicke im Gleitlager die gleiche Größenordnung wie die Rauheit der Oberflächen, haben die Topographien Auswirkungen auf den hydrodynamischen Schmierfilmdruck und somit auch das Tragvermögen der Lager [64]. Weiterhin steigt die Wahrscheinlichkeit, dass einzelne Rauheitsspitzen in Kontakt kommen und Verschleiß im Lager auftritt. Gerade während des Einlaufvorgangs der Gleitlager entsteht der meiste Abtrag, wie verschiedene Studien z. B. [30] und [65] zeigen. Mit glatter werdenden Oberflächen geht die Verschleißmenge zurück und die Tragfähigkeit der Lager nimmt zu [90]. Daher sind Informationen zur Charakteristik der Oberflächen bei der Berechnung des hydrodynamischen Schmierfilmdrucks p_{hyd} und des Festkörperkontaktdrucks p_c im Mischreibungsgebiet erforderlich.

2.2.1 Oberflächenkennwerte

Eine raue Oberfläche lässt sich grundsätzlich nach *DIN 25178-2* [66] durch Höhen- und räumlichen Parameter beschreiben.

Höhenparameter

Zur Beschreibung der Oberflächentopographie in senkrechte Richtung werden die Rauheitskennwerte aus Abbildung 2.2 verwendet.

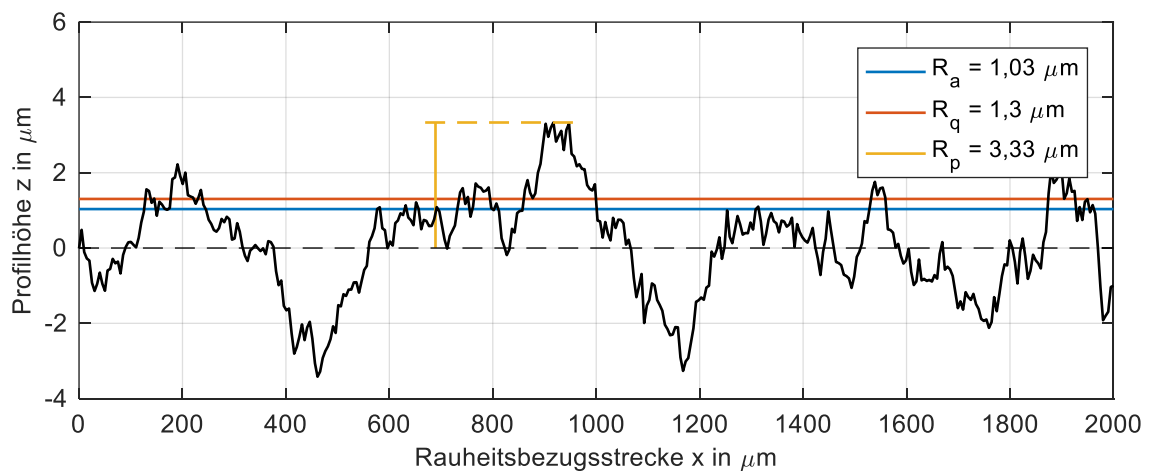


Abbildung 2.2: Rauheitskennwerte zur Charakterisierung einer Oberfläche

Die Profilhöhen z werden als Zufallsvariable betrachtet, so dass sich die Oberflächen durch statistische Parameter charakterisieren lassen. Der Mittelwert einer rauen Oberfläche \bar{z} ergibt sich aus der Gesamtheit aller Ordinaten z [66].

$$\bar{z} = \frac{1}{A} \iint_A z(x, y) \, dx dy \quad (2.3)$$

Der Mittenrauwert R_a ist das arithmetische Mittel der Beträge aller Profilhöhen innerhalb des Definitionsbereichs A [66].

$$R_a = \frac{1}{A} \iint_A |z(x, y) - \bar{z}| \, dx dy \quad (2.4)$$

Der quadratische Mittenrauwert R_q entspricht der Standardabweichung der Profilhöhenverteilung z und gibt deren Streubereich um den Mittelwert \bar{z} an [66].

$$R_q = \sqrt{\frac{1}{A} \iint_A (z(x, y) - \bar{z})^2 dx dy} \quad (2.5)$$

Die maximale Spitzenhöhe R_p ist die Profilhöhe der höchsten Rauheitsspitze innerhalb des Definitionsbereichs [66].

$$R_p = \max(z(x, y)) \quad (2.6)$$

Die maximale Spitzenhöhe kann als Indikator für die kritische Schmierfilmhöhe h_{kri} genommen werden, da sie einen Hinweis auf den Abstand gibt, ab dem zwei raue Oberflächen das erste Mal miteinander in Kontakt kommen und Festkörperreibung auftritt. Theoretisch liegt zwar bereits ab dem ersten Kontakt zweier Asperiten ein Festkörperkontaktdruck vor, jedoch ist dieser dann meist noch vernachlässigbar gering.

Ist innerhalb des Auslegungsprozesses eine untere Grenze für die minimale Spalthöhe festzulegen, sollte daher nicht ein einzelner Wert zur Bestimmung der kritischen Spalthöhe h_{kri} herangezogen werden, sondern eher eine gemittelte Größe wie der Mittenrauwert R_a oder der quadratische Mittenrauwert R_q . Diese Herangehensweise verfolgt auch die *DIN 31652-3* [148] für Radialgleitlager, die für eingelaufene Lager mit kleinen Abmessungen unter Berücksichtigung eines zusätzlichen Sicherheitsfaktors S empfiehlt:

$$h_{kri} = R_{a,1} + R_{a,2} + S \quad (2.7)$$

In [141] wird dagegen der quadratische Mittenrauwert verwendet.

$$h_{kri} = S \cdot \sqrt{R_{q,1}^2 + R_{q,2}^2} \quad (2.8)$$

Bei statistisch unabhängigen und normalverteilten Rauheitsprofilen wird der Sicherheitsfaktor $S = 3$ gesetzt, da in diesem Fall 99,7 % aller Rauheitswerte abgedeckt sind.

Um die Verteilung der Profilhöhen abschließend zu beschreiben, werden noch die Schiefe R_{sk} und Wölbung R_{ku} benötigt.

$$R_{sk} = \frac{1}{R_q^3} \cdot \left(\frac{1}{A} \iint_A (z(x, y) - \bar{z})^3 dx dy \right) \quad (2.9)$$

$$R_{ku} = \frac{1}{R_q^4} \cdot \left(\frac{1}{A} \iint_A (z(x, y) - \bar{z})^4 dx dy \right) \quad (2.10)$$

Während R_a und R_q die Höhe der Oberfläche charakterisieren, bestimmen R_{sk} und R_{ku} die Form der Profilhöhenverteilung in Abbildung 2.3.

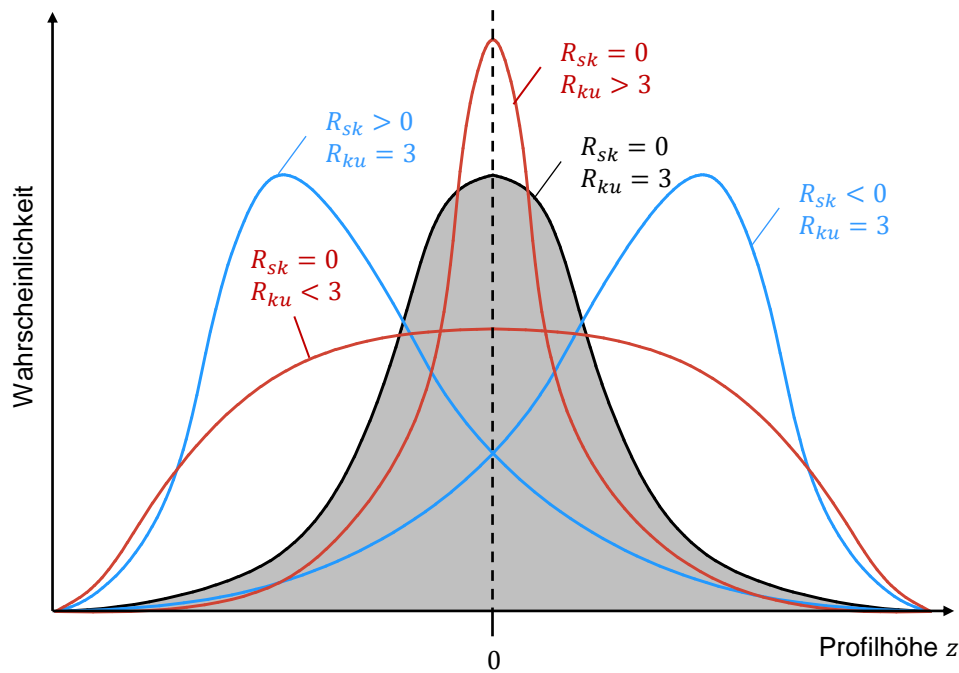


Abbildung 2.3: Schiefe und Wölbung für verschiedene Oberflächenprofile

Sind die Profilhöhen z normalverteilt, gilt für die Schiefe R_{sk} und Wölbung R_{ku} :

$$R_{sk} = 0 \quad \text{und} \quad R_{ku} = 3 \quad (2.11)$$

Weist die Oberfläche eine positive Schiefe $R_{sk} > 0$ auf, überwiegen die Rauheitstäler. Dagegen überwiegen bei einer negativen Schiefe $R_{sk} < 0$ die Rauheitsspitzen. Bei einer großen Wölbung $R_{ku} > 3$ gibt es nur sehr wenig Rauheitsspitzen bzw. Rauheitstäler, die weit um den Mittelwert streuen und die Verteilungskurve verläuft stei-

ler. Durch den Einlaufprozess eines Lagers steigt die Wölbung an, da die Rauheitsspitzen abgetragen werden [129].

Viele technisch bearbeitete Oberflächen weichen in Abhängigkeit des Fertigungsprozesses von einer Normalverteilung ab, z. B. [67], [68] und [129]. Ebenfalls werden während des Einlaufprozesses eines Gleitlagers die Rauheitsspitzen abgetragen, so dass sich dadurch erneut die Form der Profilhöhenverteilung ändert. Typische Endbearbeitungsprozesse von Gleitlagern wie Drehen oder Schleifen sind durch eine negative Schiefe $R_{sk} < 0$ und eine Wölbung $R_{ku} > 3$ charakterisiert. In Abbildung 2.4 wird die Verteilung der Profilhöhen einer normalverteilten Oberfläche mit denen einer technisch bearbeiteten Oberfläche gegenübergestellt, um den Einfluss von Schiefe und Wölbung zu zeigen. Dazu wurde die Oberfläche eines Gleitlagers mit Hilfe eines Weißlichtinterferometers vermessen und zum Vergleich eine Oberfläche mit Normalverteilung numerisch generiert. Der quadratische Mittenrauwert ist dabei für beide Oberflächen mit $R_q = 1,44$ identisch.

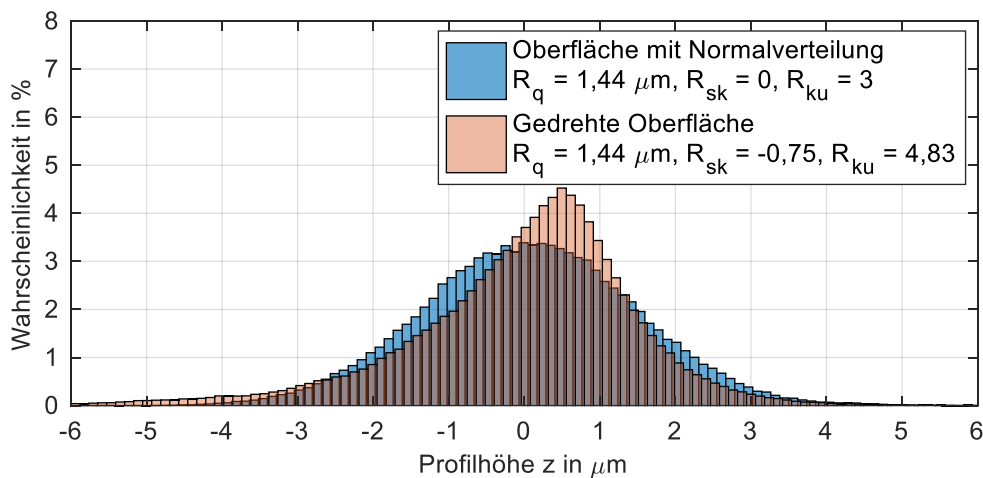


Abbildung 2.4: Verteilung der Profilhöhen für eine Oberfläche mit Gaußscher Normalverteilung und eine am Institut ausgedrehte Oberfläche

Verschiedene Studien [69], [70] haben gezeigt, dass der Kontaktdruck und der Reibungskoeffizient von der Schiefe und Wölbung einer Oberfläche stark abhängen. So nimmt der Reibungskoeffizient bei einer Schiefe $R_{sk} < 0$ im Vergleich zu einer Normalverteilung zu, da die Oberfläche aus vielen Rauheitsspitzen und wenig Rauheitstälern besteht. Dagegen wird der Reibungskoeffizient reduziert, wenn die Wölbung größer als bei der Normalverteilung wird $R_{ku} > 3$, da sich die effektive Kontaktfläche auf wenige Rauheitsspitzen beschränkt.

Aufgrund der zuvor geschilderten Komplexität sollten der Festkörperkontaktdruck oder die Flussfaktoren nicht standardmäßig mit Näherungsformeln bestimmt werden, die eine Gauß'sche Normalverteilung voraussetzen, sondern jede Oberfläche individuell vermessen und charakterisiert werden.

Räumliche Parameter

In horizontaler Richtung kennzeichnen die Autokorrelationslängen S_{ax} bzw. S_{ay} den Grad der Abhängigkeit zwischen zwei benachbarten Punkten mit dem Abstand Δx und Δy . Zur Bestimmung dieser Größen muss zuerst die Autokorrelationsfunktion $ACF(\Delta x)$ aufgestellt werden, die die Korrelation der Oberfläche mit sich selbst an einer um Δx und Δy verschobenen Position wiedergibt [66].

$$ACF(x, y) = \frac{\iint_A z(x, y) z(x + \Delta x, y + \Delta y) dx dy}{\iint_A z(x, y) z(x, y) dx dy} \quad (2.12)$$

Die Korrelationslänge S_{ax} bzw. S_{ay} ist der Abstand, bei dem die Autokorrelationsfunktion nur noch 10% ihres ursprünglichen Wertes beträgt [71].

$$ACF(x + S_{ax}, y + S_{ay}) = 0,1 \cdot ACF(x, y) \quad (2.13)$$

In Abbildung 2.5 ist exemplarisch die normierte Autokorrelation einer gedrehten Oberfläche in x - und y -Richtung dargestellt, aus der die Korrelationslängen anhand der Schnittpunkte mit der gestrichelten schwarzen Linie bei 0,1 abgelesen werden können.

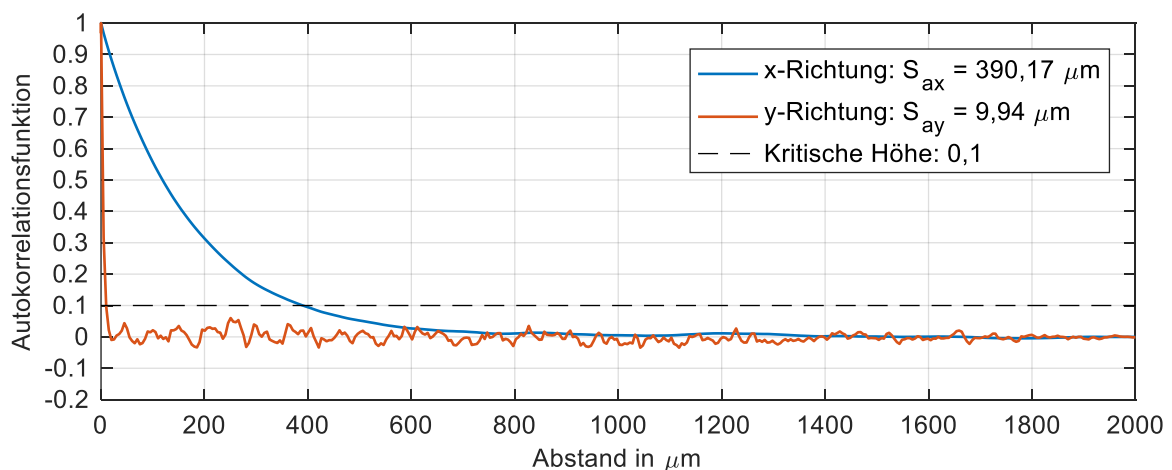


Abbildung 2.5: Autokorrelationsfunktion einer gedrehten Oberfläche

So ist eine gedrehte Oberfläche durch eine große Korrelationslänge in Umfangsrichtung (x -Richtung) gekennzeichnet, da beim Fertigungsprozess das Werkstück in der gleichen Riefe läuft und die Rauheit daher nur wenig variiert. Dagegen ist die Korrelationslänge in axialer Richtung, y -Richtung, sehr klein und abhängig von der Vorschubgeschwindigkeit des Drehmeißels.

2.2.2 Numerische Generierung rauer Oberflächen

Die Topographie einer rauen Oberfläche hat insbesondere im Mischreibungsgebiet Rückwirkungen auf die makroskopischen Kenngrößen in einem Lager und muss daher bekannt sein. Ist eine Vermessung der Lagersoberfläche nicht möglich oder sind Parameterstudien der Oberflächenkennwerte vorzunehmen, ist es vorteilhaft, die gewünschten rauen Oberflächen auf numerischem Weg erzeugen zu können. Eine Möglichkeit hierzu stellt der Einsatz von digitalen Filtern basierend auf dem Vorgehen von *Hu & Tonder* [72] dar. Bei dieser Methode wird eine zufällig isotrope Oberfläche $z_0(x, y)$ mit Mittelwert $\bar{z} = 0$ erzeugt und anschließend mit Hilfe eines FIR-Filters (Finite Impulse Response) derart verändert, dass die neue Oberfläche $z(x, y)$ die definierten Parameter erhält. Mathematisch gesehen führt ein FIR-Filter eine Faltung zwischen der Startoberfläche $z_0(x, y)$ und einer Übertragungsfunktion h durch, [73].

$$z(x, y) = h(x, y) \otimes z_0(x, y) \quad (2.14)$$

Zur Steigerung der Rechengeschwindigkeit wird die Gleichung (2.14) auf Basis der Fourier Transformation \mathcal{F} in den Frequenzraum überführt. Auf diese Weise kann die Faltung als Produkt der Fouriertransformierten ausgedrückt werden.

$$\mathcal{F}(z(x, y)) = \mathcal{F}(h(x, y)) \cdot \mathcal{F}(z_0(x, y)) = H(\omega_x, \omega_y) \cdot \mathcal{F}(z_0(x, y)) \quad (2.15)$$

Zur Bestimmung der Übertragungsfunktion $H(\omega_x, \omega_y)$ wird als Startwert eine exponentielle Autokorrelationsfunktion $ACF_{z,0}(x, y)$ mit der definierten quadratischen Mittenrauheit R_q sowie den Korrelationslängen $S_{ax,0}$ und $S_{ay,0}$ angenommen [72].

$$ACF_{z,0}(x, y) = R_q^2 \cdot e^{-2,3 \cdot \sqrt{\left(\frac{x}{S_{ax,0}}\right)^2 + \left(\frac{y}{S_{ay,0}}\right)^2}} \quad (2.16)$$

Die Fourier-Transformation dieser Autokorrelationsfunktion ergibt die spektrale Leistungsdichte $PSD_z(x, y)$

$$PSD_z(\omega_x, \omega_y) = \mathcal{F} \left(ACF_{z,0}(x, y) \right) \quad (2.17)$$

Zwischen dem Leistungsdichtespektrum $PSD_{z_0}(\omega_x, \omega_y)$ der zufällig erzeugten Oberfläche und dem Leistungsdichtespektrum mit den gewünschten Oberflächenkennwerten $PSD_z(\omega_x, \omega_y)$ besteht der Zusammenhang:

$$PSD_z(\omega_x, \omega_y) = |H(\omega_x, \omega_y)|^2 \cdot PSD_{z_0}(\omega_x, \omega_y) \quad (2.18)$$

Die Übertragungsfunktion $H(\omega_x, \omega_y)$ enthält dabei die gesuchten Filterkoeffizienten im Frequenzbereich und kann mit Gleichung (2.18) bestimmt werden. Das Leistungsdichtespektrum der stochastisch zufälligen Startoberfläche $z_0(x, y)$ mit Standardabweichung $R_{q0} = 1$ ist $PSD_{z_0}(\omega_x, \omega_y) = 1$, so dass nach [73] gilt:

$$H(\omega_x, \omega_y) = \sqrt{\frac{PSD_z(\omega_x, \omega_y)}{PSD_{z_0}(\omega_x, \omega_y)}} = \sqrt{PSD_z(\omega_x, \omega_y)} \quad (2.19)$$

Mit Hilfe der inversen Fourier Transformation kann nun aus Gleichung (2.15) die technische Oberfläche $z(x, y)$ berechnet werden.

$$z(x, y) = \mathcal{F}^{-1} \left(H(\omega_x, \omega_y) \cdot \mathcal{F}(z_0(x, y)) \right) \quad (2.20)$$

In der Regel wird die angenommene Autokorrelationsfunktion $ACF_{z,0}(x, y)$ aus Gleichung (2.16) nicht sofort auf die Zieloberfläche führen, sondern sie dient lediglich als aussichtsreicher Startwert. Aus diesem Grund werden die Eingangsparameter der $ACF_z(x, y)$ S_{ax} und S_{ay} mit Hilfe eines zweidimensionalen Newtonverfahrens iterativ modifiziert, bis sich die Oberfläche mit den definierten Parametern ergibt.

Da die Profilhöhen der zufällig erzeugten Oberfläche $z_0(x, y)$ normalverteilt sind, zeigt die resultierende Oberfläche $z(x, y)$ ebenfalls diese Verteilung. Die gewünschte Schiefe und Wölbung werden durch Superposition zweier normalverteilter Oberflächen eingestellt, [71].

$$z(x, y) = z(x, y) \cdot \left[1 + C_{L1} \cdot e^{-\frac{\left(\frac{z(x, y) - \frac{\min(z(x, y)) - \bar{z}}{C_{L2}} \right)^2}{\left(\frac{\min(z(x, y)) - \bar{z}}{C_{L3}} \right)^2}} + C_{R1} \cdot e^{-\frac{\left(\frac{z(x, y) - \frac{\min(z(x, y)) - \bar{z}}{C_{R2}} \right)^2}{\left(\frac{\min(z(x, y)) - \bar{z}}{C_{R3}} \right)^2}} \right] \quad (2.21)$$

Der Index L steht dabei für die linke Seite der Normalverteilung und der Index R für die rechte Seite der Normalverteilung, so dass insgesamt auch schiefssymmetrische Oberflächen resultieren können. In der Gleichung (2.21) sind damit 6 unbekannte Parameter C_{L1} , C_{L2} , C_{L3} , C_{R1} , C_{R2} , C_{R3} vorhanden, um die Schiefe R_{sk} und Wölbung R_{ku} anzupassen und gleichzeitig den bereits erzeugten Mittelwert \bar{z} , die quadratische Mittenrauheit R_q sowie die Korrelationslängen S_{ax} und S_{ay} beizubehalten. Die Bestimmung der unbekannten Stellgrößen erfolgt dabei iterativ mit Hilfe eines mehrdimensionalen Newtonverfahrens. Der gesamte Ablauf der numerischen Generierung beliebiger rauer Oberflächen ist in dem Flussdiagramm in Abbildung 2.6 zusammengefasst.

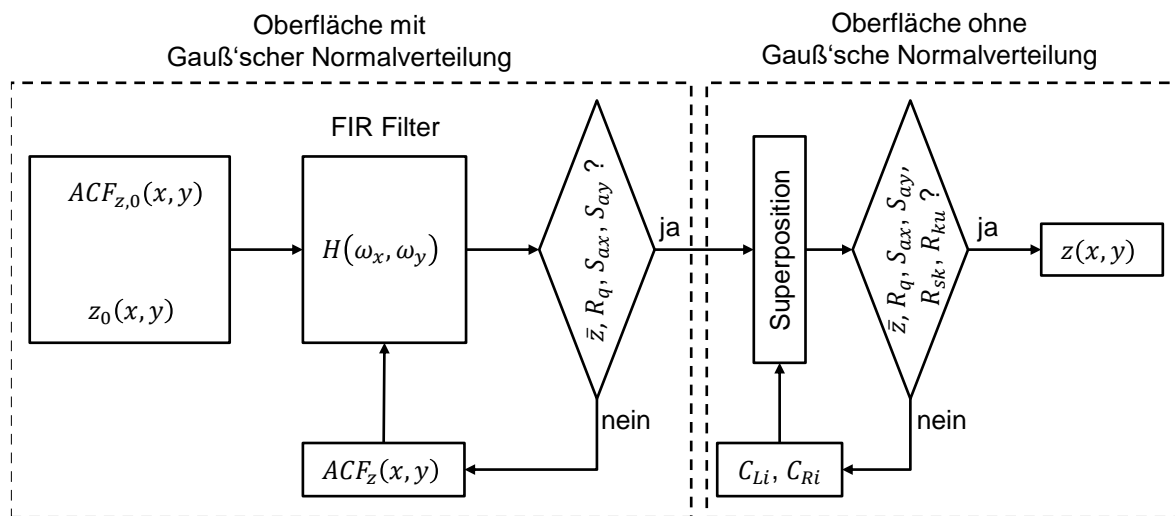


Abbildung 2.6: Flussdiagramm zur numerischen Generierung rauer Oberflächen

Abschließend ist in der Abbildung 2.7 a) die gemessene Oberfläche eines ausgedrehten Gleitlagers zu sehen, nachdem es unter Mischreibungsbedingungen betrieben worden ist. Zum Vergleich wurde mit den Oberflächenparametern die entsprechende Topographie in Abbildung 2.7 b) numerisch erzeugt. Bei beiden Oberflächen sind deutlich die Riefen in x-Richtung zu sehen, wobei das gemessene Lager etwas

unregelmäßiger aussieht. Die Gesamtcharakteristik kann jedoch von der numerischen Oberfläche gut wiedergegeben werden, wie im Kapitel 2.3 bestätigt wird.

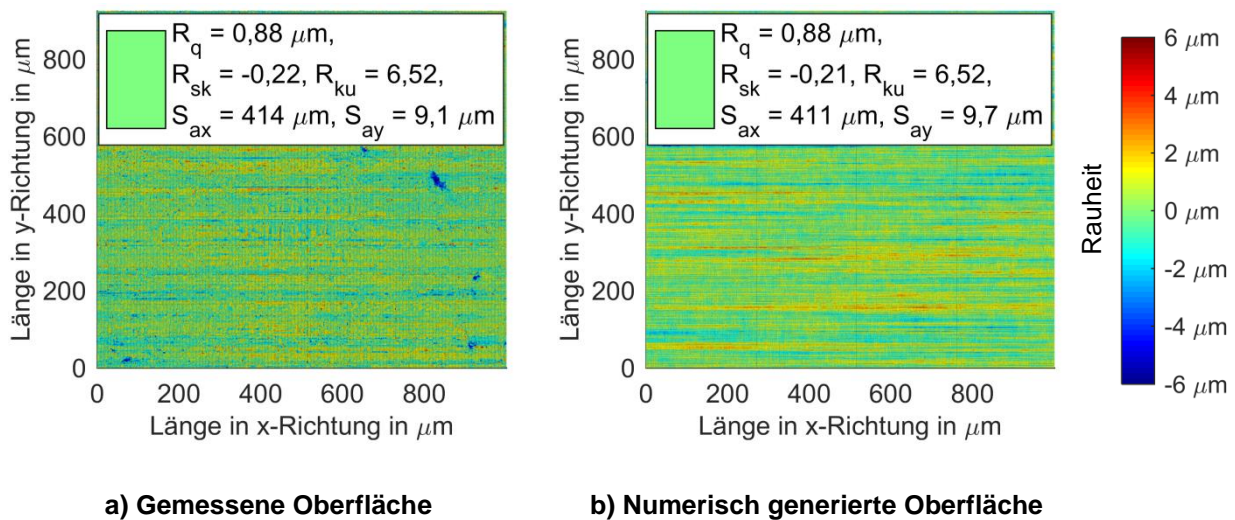


Abbildung 2.7: Topographie der vermessenen Oberfläche eines gelaufenen Lagers und einer numerisch generierten Oberfläche

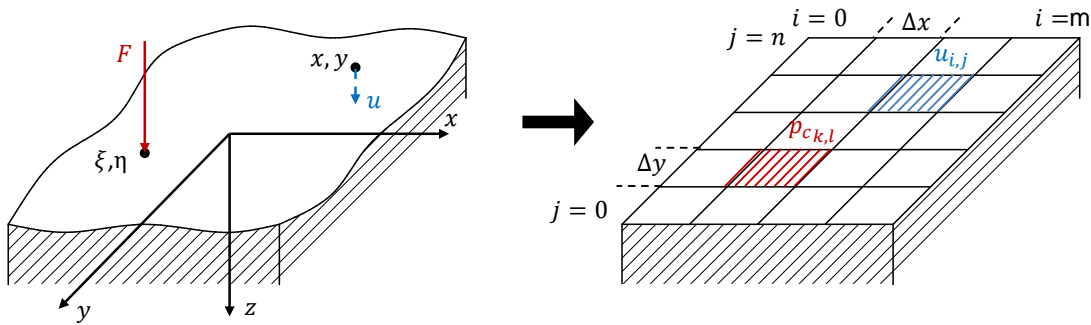
2.3 Bestimmung des Festkörperkontaktdrucks

Zur Beschreibung der Betriebspunkte in der Mischreibung muss der Festkörperkontaktdruck als Funktion der Spalthöhe vorliegen. Sobald die Oberflächen der Kontaktpartner und damit die Profilhöhenverteilung bekannt sind, können für diese der Festkörperkontaktdruck p_c in Abhängigkeit des Abstands h berechnet werden. Die Bestimmung erfolgt dabei mit dem Halbraummodell von *Boussinesq* [74], das mit einem linearelastisch idealplastischen Materialgesetz kombiniert wird. Im Gegensatz zu Simulationen mit FE-Programmen sind keine dreidimensionalen Berechnungsnetze zur Modellierung der Oberfläche notwendig und die Zeit zur Modellerstellung und zur Lösung des Gleichungssystems ist deutlich geringer. Da das Rechnetz für das Halbraummodell keine Knoten in Kontakttiefenrichtung besitzt, können nur relativ einfache Materialgesetze abgebildet werden. Folglich ist es nicht möglich Lager mit mehreren Laufsichten aus verschiedenen Materialien zu analysieren. Weiterhin sind vor allem die resultierenden Verformungen an den Rändern des Kontaktgebiets aufgrund der Voraussetzungen der Halbraumtheorie mit Genauigkeitsverlusten verbunden. Dieses Problem kann minimiert werden, indem ein ausreichend feines Netz gewählt wird, so dass die Randeffekte nicht so stark gewichtet werden. Zudem wird die Oberfläche periodisch erweitert, und nur das Gebiet im Zentrum ausgewertet. Bei Berücksichtigung dieser Einschränkungen liefert das Halbraummodell ähnliche Er-

gebnisse wie die FEM [76] und kann für die untersuchten, homogenen Lagermaterialien in dieser Arbeit verwendet werden.

Die Boussinesq-Gleichung gibt einen Zusammenhang zwischen einer Punktlast F , die an der Stelle (ξ, η) angreift, und der daraus resultierenden Verschiebung u normal zur Kontaktebene an der Stelle (x, y) an und ist in Abbildung 2.8 veranschaulicht.

$$u(x, y) = \frac{1 - \nu^2}{\pi E} \frac{F(\xi, \eta)}{\sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}} \quad (2.22)$$



a) Prinzip der Halbraumtheorie

b) Diskretisierung der Oberfläche

Abbildung 2.8: Schematische Darstellung des Halbraummodells von Boussinesq

An jedem Kontaktgebiet A_c zwischen den rauen Oberflächen entsteht eine Punktlast, die für die numerische Umsetzung in Flächenlasten p_c überführt wird.

$$u(x, y) = \frac{1 - \nu^2}{\pi E} \iint_A \frac{p_c(\xi, \eta) d\xi d\eta}{\sqrt{(x - \eta)^2 + (y - \xi)^2}} = \iint_A K(x - \eta, y - \xi) p_c(\eta, \xi) d\xi d\eta \quad (2.23)$$

Mit der Integralgleichung (2.23) kann das resultierende Verformungsfeld $u(x, y)$ aus allen angreifenden Flächenlasten ermittelt werden. Wird die Oberfläche mit $m \times n$ rechteckigen Elemente entsprechend Abbildung 2.8 diskretisiert, die jeweils die Seitenlängen Δx und Δy besitzen, kann die Gleichung (2.23) in die diskrete Form

$$u_{i,j} = \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^n K_{i-k,j-l} \cdot p_{c_{k,l}} \quad ; \quad i = 0 \dots m-1; j = 0 \dots n-1 \quad (2.24)$$

überführt werden.

Der Term $K_{i,j}$ gibt den Einfluss des Drucks an der Stelle (k, l) auf die Verschiebung des Punktes (i, j) an. Die Singularität an der Stelle $(x = x', y = y')$ kann umgangen werden, indem ein gleich großer Druck über der Rechteckfläche angenommen wird [78]. Die Einflusszahl $K_{i,j}$ kann nach Love [79] über die folgende Beziehung ausgedrückt werden.

$$K_{i,j} = \frac{1 - \nu^2}{\pi E} \cdot \left\{ \begin{aligned} &\left(x_i + \frac{\Delta x}{2}\right) \cdot \ln \left[\frac{\left(y_i + \frac{\Delta y}{2}\right) + \sqrt{\left(y_i + \frac{\Delta y}{2}\right)^2 + \left(x_i + \frac{\Delta x}{2}\right)^2}}{\left(y_i - \frac{\Delta y}{2}\right) + \sqrt{\left(y_i - \frac{\Delta y}{2}\right)^2 + \left(x_i + \frac{\Delta x}{2}\right)^2}} \right] + \\ &\left(y_i + \frac{\Delta y}{2}\right) \cdot \ln \left[\frac{\left(x_i + \frac{\Delta x}{2}\right) + \sqrt{\left(y_i + \frac{\Delta y}{2}\right)^2 + \left(x_i + \frac{\Delta x}{2}\right)^2}}{\left(x_i - \frac{\Delta x}{2}\right) + \sqrt{\left(y_i + \frac{\Delta y}{2}\right)^2 + \left(x_i - \frac{\Delta x}{2}\right)^2}} \right] + \\ &\left(x_i - \frac{\Delta x}{2}\right) \cdot \ln \left[\frac{\left(y_i - \frac{\Delta y}{2}\right) + \sqrt{\left(y_i - \frac{\Delta y}{2}\right)^2 + \left(x_i - \frac{\Delta x}{2}\right)^2}}{\left(y_i + \frac{\Delta y}{2}\right) + \sqrt{\left(y_i + \frac{\Delta y}{2}\right)^2 + \left(x_i - \frac{\Delta x}{2}\right)^2}} \right] + \\ &\left(y_i - \frac{\Delta y}{2}\right) \cdot \ln \left[\frac{\left(x_i - \frac{\Delta x}{2}\right) + \sqrt{\left(y_i - \frac{\Delta y}{2}\right)^2 + \left(x_i - \frac{\Delta x}{2}\right)^2}}{\left(x_i + \frac{\Delta x}{2}\right) + \sqrt{\left(y_i - \frac{\Delta y}{2}\right)^2 + \left(x_i + \frac{\Delta x}{2}\right)^2}} \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.25)$$

Zur Vereinfachung der Berechnungsalgorithmen und zur Steigerung der Recheneffizienz werden die beiden rauen Oberflächen in Abbildung 2.9 zu einer Summenoberfläche kombiniert [80], die gegen eine glatte, starre Oberfläche gedrückt wird. Dabei ergibt sich die Summenoberfläche $z_{ges}(x, y)$ aus der Überlagerung der Profilhöhen der einzelnen Oberflächen.

$$z_{ges}(x, y) = z_1(x, y) + z_2(x, y) \quad (2.26)$$

Für eine korrekte Abbildung der Werkstoffeigenschaften wird ein Ersatzmodul E_{eq} aus den Elastizitätsmodulen E und Querkontraktionszahlen ν berechnet, der in die Gleichung (2.25) eingesetzt werden kann [81].

$$\frac{1}{E_{eq}} = \frac{1 - \nu^2}{E} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (2.27)$$

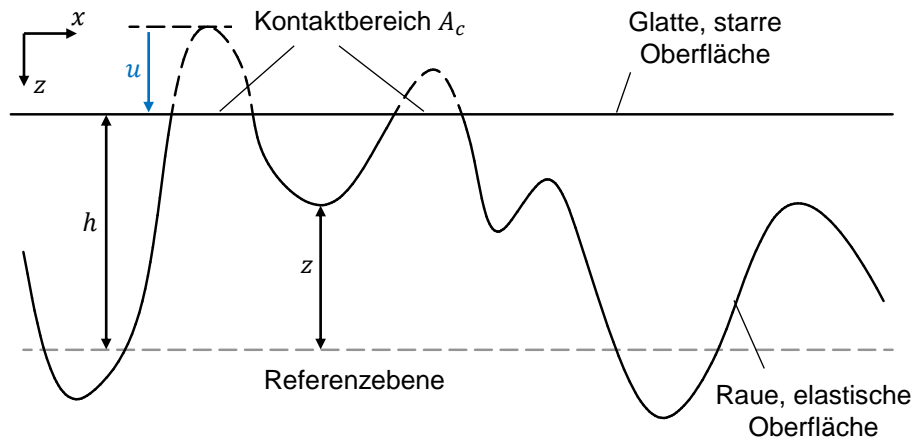


Abbildung 2.9: Schematische Darstellung des Kontakts zwischen zwei Oberflächen

Nach Abbildung 2.9 kann der mittlere Abstand bzw. die Spalthöhe zwischen den beiden Oberflächen h aus der Differenz zwischen der Profilhöhe z und der Verschiebung u bestimmt werden.

$$h_{i,j} = z_{i,j} - u_{i,j} \quad (2.28)$$

Zuletzt wird noch das linear-elastisch ideal-plastische Materialgesetz aus der Abbildung 2.10 den Rechnungen zugrunde gelegt. Auf diese Weise wird der Kontaktdruck durch den Fließdruck des weicheren Materials P_{lim} begrenzt.

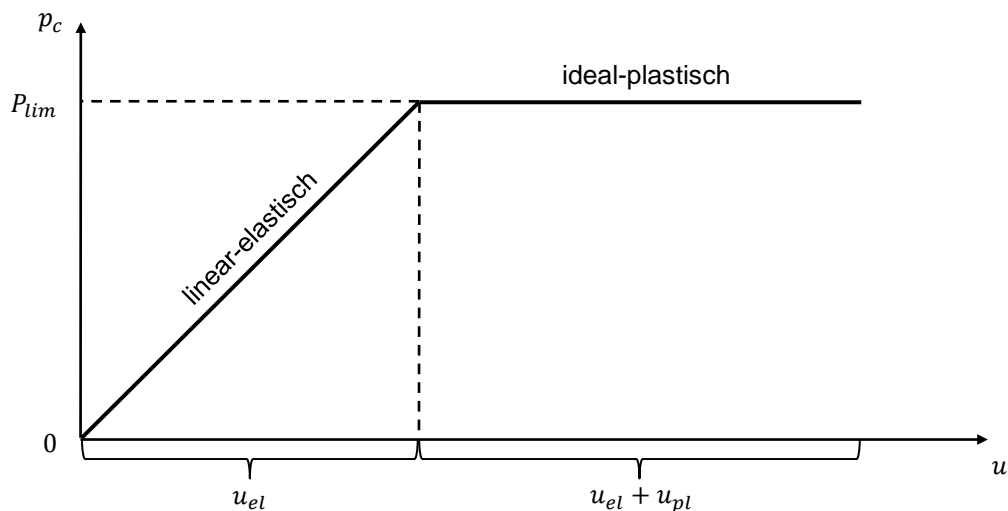


Abbildung 2.10: Linear-elastisch ideal-plastisches Materialgesetz

Zur Berechnung des Kontaktdrucks p_c in Abhängigkeit der Spalthöhe h muss Gleichung (2.28) in (2.24) eingesetzt werden.

$$h_{i,j} = z_{i,j} - \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^n K_{i-k,j-l} \cdot p_{c_{k,l}} = z_{i,j} - (K \otimes p_c)_{i,j} \quad (2.29)$$

Zusätzlich muss die Komplementaritätsbedingung (2.30) erfüllt sein und bei der Lösung berücksichtigt werden. So ist der Druck im Kontaktgebiet immer positiv und kleiner als die Fließgrenze ist und außerhalb bleibt der Druck Null.

$$\begin{aligned} p_{c_{i,j}} > 0, h_{i,j} \leq z_{i,j}, \quad i, j \in A_c \quad \text{und} \quad p_{c_{i,j}} \leq P_{lim} \\ p_{c_{i,j}} = 0, h_{i,j} > z_{i,j}, \quad i, j \in A_c \end{aligned} \quad (2.30)$$

Für eine effiziente Lösung der Gleichung (2.29) wird analog zur Generierung rauer Oberflächen in Kapitel 2.2.2 die Fast Fourier Transformation eingesetzt.

$$h_{soll_{i,j}} = z_{i,j} - (K \otimes p_c)_{i,j} = z_{i,j} - \mathcal{F}^{-1}(\mathcal{F}(K) \cdot \mathcal{F}(p_c))_{i,j} \quad (2.31)$$

In der Beziehung (2.31) sind der sogenannte Kern K und das Oberflächenprofil z bekannt. Die Spalthöhe h_{soll} wird vorgegeben, startet bei der maximalen Spitzenhöhe R_p der kombinierten Oberfläche und wird schrittweise auf $h_{soll} = 0 \mu m$ reduziert. Aus diesem Grund kann bei der Anwendung dieses Algorithmus' die maximale Spitzenhöhe R_p als kritische Spalthöhe h_{kri} aufgefasst werden, ab der im Gleitlager Mischreibung auftritt. Die Anzahl der Schritte q bzw. die Schrittweite Δh werden ebenfalls im Vorfeld definiert, so dass sich für h_{soll}

$$h_{soll} = R_p - (1 - q) \cdot \frac{R_p}{(1 - q)} = h_{kri} - (1 - q) \cdot \Delta h \quad (2.32)$$

ergibt.

Damit sind alle Größen aus Gleichung (2.31) bekannt und der gesuchte Festkörperkontaktdruck p_c , kann durch die Umkehrung der Faltungsoperation berechnet werden. Da diese sogenannte Entfaltung nicht notwendigerweise existieren muss bzw. nicht eindeutig ist, liefert die Umstellung der Gleichung (2.31) nur einen guten Startwert $p_c^{(0)}$ für die gesuchte Druckverteilung.

$$p_c^{(0)} = \mathcal{F}^{-1} \left(\frac{\mathcal{F}((h_{soll})_{i,j} - z_{i,j})}{\mathcal{F}(K)} \right) \quad (2.33)$$

Die finale Druckverteilung muss jedoch auf iterativem Weg bestimmt werden. Dazu wird nach Venner [82] die Druckverteilung des n -ten Schrittes derart verändert, dass schließlich die berechnete Spalthöhe h_{ist} der vorgegeben Spalthöhe h_{soll} entspricht.

$$h_{soll,i,j} = (h_{ist}^{(n)})_{i,j} = z_{i,j} - (p_c^{(n-1)} + p_c^{+(n)})_{i,j} \otimes K_{i,j} = z_{i,j} - p_c^{(n)}_{i,j} \otimes K_{i,j} \quad (2.34)$$

Die Druckänderung $p_c^{+(n)}$ ergibt sich aus

$$(p_c^{+(n)})_{i,j} = \frac{(r^{(n)})_{i,j}}{\sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^n K_{k,l}} \quad (2.35)$$

mit dem Residuum $r^{(n)}$:

$$(r^{(n)})_{i,j} = \begin{cases} -(h_{ist}^{(n)})_{i,j} & , \left[(p_c^{(n)})_{i,j} \cdot (z - h_{ist}^{(n)})_{i,j} \right] > 0 \vee (z - h_{ist}^{(n)})_{i,j} < 0 \\ 0 & , \left[(p_c^{(n)})_{i,j} \cdot (z - h_{ist}^{(n)})_{i,j} \right] \leq 0 \wedge (z - h_{ist}^{(n)})_{i,j} \geq 0 \end{cases} \quad (2.36)$$

Mit Hilfe der Definition (2.36) ist sichergestellt, dass die Komplementaritätsbedingung (2.30) erfüllt ist und der Druck nur im Kontaktbereich größer als Null ist.

Der gesamte Algorithmus zur Bestimmung des Kontaktdrucks als Funktion der Spalthöhe ist in dem Flussdiagramm in Abbildung 2.11 gezeigt.

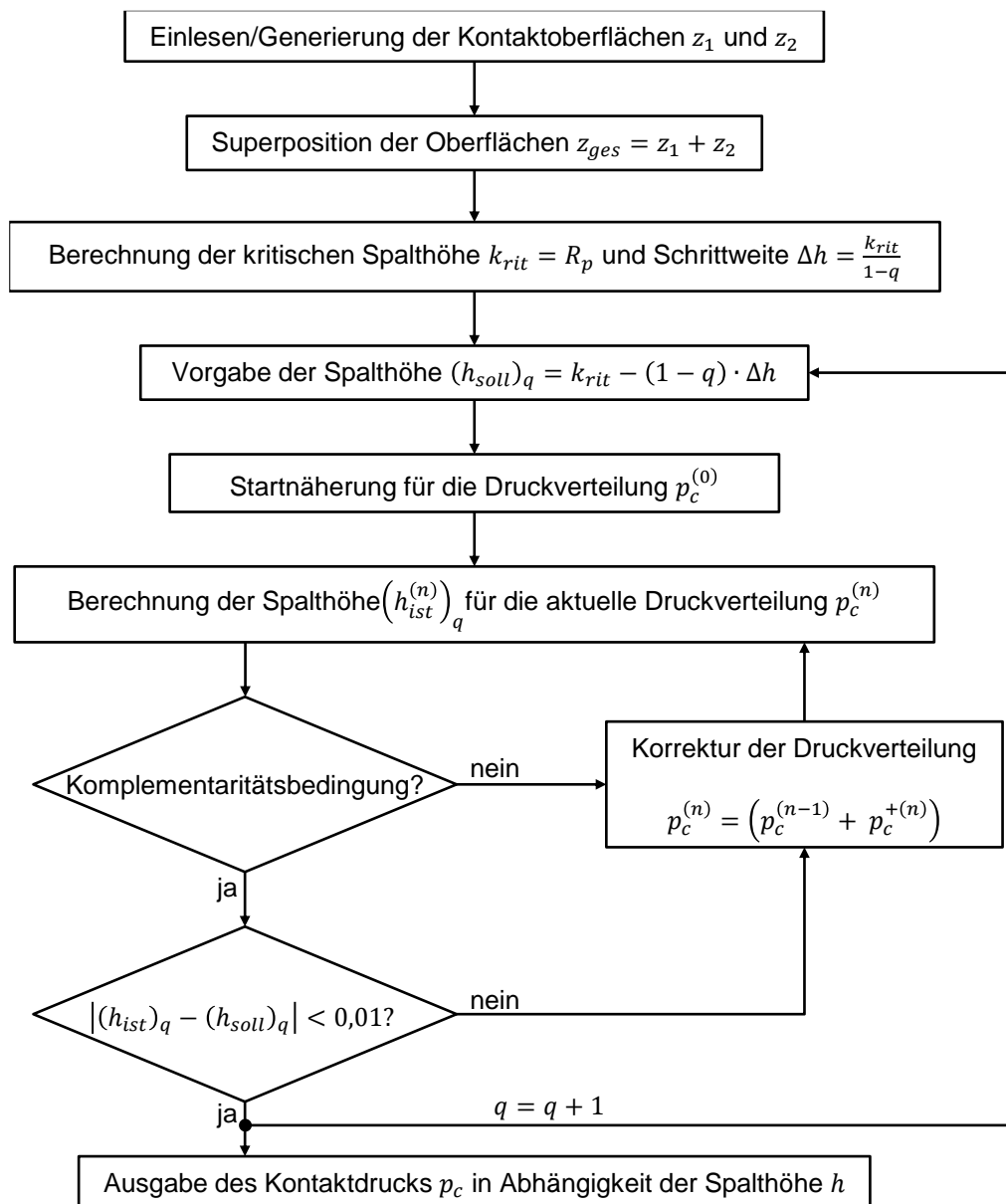


Abbildung 2.11: Flussdiagramm zur Berechnung des Kontaktdrucks

Wird nun jeweils für die vermessene und die numerisch generierte Oberfläche aus der Abbildung 2.7 der Kontaktdruck bestimmt, ergeben sich die in Abbildung 2.12 enthaltenen Verläufe unter Berücksichtigung verschiedener Fließdrücke P_{lim} .

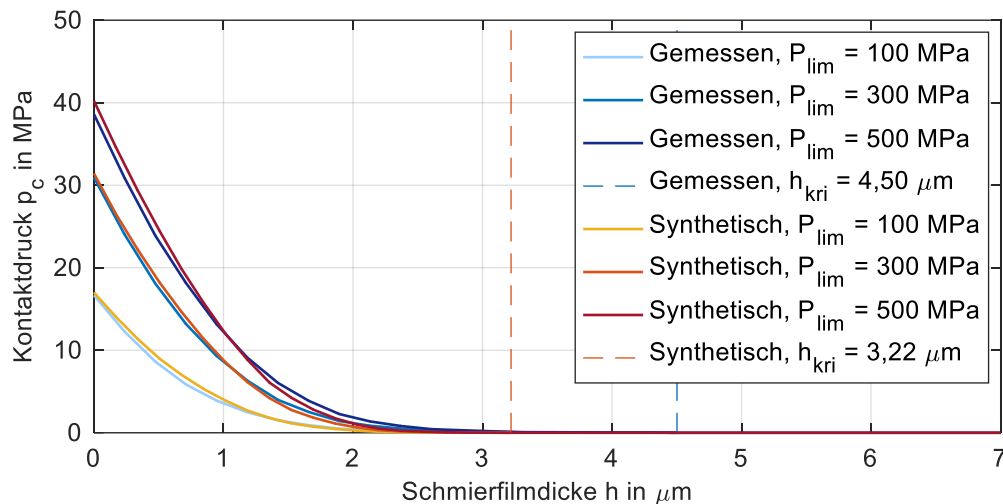


Abbildung 2.12: Verlauf des Kontaktdrucks für verschiedene Fließdrücke

Erwartungsgemäß nimmt in Abbildung 2.12 der maximale Kontaktdruck mit steigendem Fließdruck P_{lim} zu. Die Kurven der gemessenen und synthetisch generierten Oberflächen liefern in weiten Bereichen ähnliche Werte. Erst wenn die Fließgrenze höher wird und das Materialverhalten länger linear-elastisch ist, zeigen sich größere Abweichungen. Dies ist darauf zurückzuführen, dass bei einer hohen Fließgrenze einzelne Maxima in der Oberflächentopographie stärker ins Gewicht fallen, da die plastische Verformung erst später einsetzt. Die exakte Verteilung der Oberflächenprofile ist dabei je nach Messstelle unterschiedlich. Ebenso ergeben sich für zwei generierte Oberflächen, die identische Parameter besitzen, leicht unterschiedliche Festkörperkontaktdrucke. Daher sind geringe Abweichungen unvermeidbar. Weiterhin sind in Abbildung 2.12 die kritischen Spalthöhen h_{kri} für die gemessene und die synthetisch generierte Oberfläche eingezeichnet. Sobald die höchste Rauheitsspitze die glatte starre Oberfläche berührt, entspricht der Abstand zwischen den Oberflächen der kritischen Spalthöhe. Jedoch sollte auf den exakten Wert dieser statistischen Größe nicht zu viel Aufmerksamkeit gelegt werden. Obwohl die kritische Spalthöhe der gemessenen Oberfläche $h_{kri} = 4,50 \mu m$ größer als die der synthetisch erzeugten Oberfläche $h_{kri} = 3,22 \mu m$ ist, sind bei $h = 0 \mu m$ die Kontaktdrucke der gemessenen Oberfläche kleiner. So ist der Kontaktdruck der gemessenen Oberfläche zwischen $h_{kri} = 4,50 \mu m$ und $h_{kri} = 3,22 \mu m$ nahezu Null und besitzt keinen nennenswerten Einfluss auf das Tragverhalten des Lagers. Folglich ist es empfehlenswert, den Kontaktdruck an mehreren vermessenen Ausschnitten der Oberfläche

zu bestimmen und anschließend zu mitteln. Schließlich ergibt sich für den Kontaktdruck eine stetig differenzierbare Funktion mit der Eigenschaft:

$$\begin{aligned} p_c > 0, \quad h < h_{kri} \\ p_c < 0, \quad h \geq h_{kri} \end{aligned} \tag{2.37}$$

Dieser kontinuierliche Verlauf ist für die numerische Implementierung sehr wichtig, da der Kontaktdruck zur Bestimmung der Lagersteifigkeiten abgeleitet werden muss, siehe Kapitel 6.2.2.

2.4 Bestimmung des hydrodynamischen Drucks

Im Rahmen dieser Arbeit muss der hydrodynamische Druck in Planetenradgleitlagern berechnet werden, die optional noch mit rotierenden Schwimmbuchsen ausgestattet sind. Da die Reynolds'sche Differenzialgleichung bislang nur für herkömmliche Gleitlager hergeleitet wurde, z. B. [25], [51], [55] oder [60], erfolgt dies in den nachfolgenden Kapiteln für die grundlegend andere Kinematik in Planetengetrieben, in denen das Zahnrad rotiert und die Welle stillsteht.

2.4.1 Herleitung der verallgemeinerten Reynolds'schen Differenzialgleichung für Planetenradgleitlager mit Schwimmbuchse

Der hydrodynamische Schmierfilmdruck in einem Gleitlager bzw. Planetenradgleitlager wird üblicherweise mit Hilfe der Reynolds'schen Differenzialgleichung berechnet, die aus den Navier-Stokes-Gleichungen und der Kontinuitätsgleichung hergeleitet werden kann. Der Impulssatz nach Navier und Stokes stellt das Gleichgewicht zwischen der Trägheits-, Reibungs-, Druck- und den äußeren Kräften dar. Die verallgemeinerten Navier-Stokes-Gleichungen für kompressible Medien lassen sich in Zylinderkoordinaten, bezogen auf ein Kontrollvolumen, folgendermaßen formulieren, z. B. [25].

$$\begin{aligned}
\underbrace{\rho \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right)}_{\text{Trägheitskraftterm}} &= \underbrace{X_A}_{\text{Volumenkraftterm}} - \underbrace{\frac{\partial p_{hyd}}{\partial x}}_{\text{Druckterm}} + \\
\underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \eta \left[2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left[\eta \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\eta \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right]}_{\text{Reibungsterm}} & \\
\rho \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) &= Y_A - \frac{\partial p_{hyd}}{\partial y} + \quad (2.38) \\
\frac{\partial}{\partial x} \left[\eta \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \eta \cdot \left[2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left[\eta \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] & \\
\rho \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) &= Z_A - \frac{\partial p_{hyd}}{\partial z} + \\
\frac{\partial}{\partial x} \left[\eta \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\eta \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \eta \cdot \left[2 \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] \right\} &
\end{aligned}$$

In diesen Gleichungen sind u , v , w die Geschwindigkeiten und X_A , Y_A , Z_A die äußeren Feldkräfte in x -, y -, z -Richtung, ρ die Dichte, t die Zeit, η die dynamische Viskosität und p_{hyd} der gesuchte hydrodynamische Schmierfilmdruck. Mit Hilfe einiger Annahmen, z. B. [51], lassen sich die Gleichungen (2.38) für die explizite Berechnung des Schmierfilmdrucks in Gleitlagern vereinfachen und somit die Rechenzeiten bei gleichzeitiger Wahrung der Ergebnisgüte deutlich verkürzen.

- Bolzen, Planet und Schwimmbuchse sind starr und ihre Oberflächen sind glatt.
- Das Schmiermittel haftet an den Oberflächen.
- Der Druck ist über die Schmierspalthöhe konstant.
- Die Schmierspalthöhe ist sehr klein gegenüber den Dimensionen des Lagers, so dass der Schmierspalt in eine Ebene abgewickelt und in kartesischen Koordinaten dargestellt werden kann, siehe Abbildung 2.13
- Durch die schwache Neigung der Oberflächen ist die Dicke der Schmierspalt wenig veränderlich. Damit gilt $\cos(\alpha) \approx 1$ sowie $\sin(\alpha) = \tan(\alpha) \approx \partial h_i / \partial x$ und $\cos(\beta) \approx 1$ sowie $\sin(\beta) = \tan(\beta) \approx \partial h_a / \partial x$, siehe Abbildung 2.13
- Die Änderungen der Geschwindigkeitskomponente v können in allen Richtungen vernachlässigt werden.

g) Die Änderungen der Geschwindigkeitsgradienten $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial z}$, $\frac{\partial w}{\partial x}$ und $\frac{\partial w}{\partial z}$ sind sehr klein gegenüber denen in y -Richtung $\frac{\partial u}{\partial y}$ und $\frac{\partial w}{\partial y}$.

h) Die Trägheitskräfte und die äußeren Feldkräfte sind gegenüber den Reibungskräften vernachlässigbar, wenn der Steg stillsteht und keine Fliehkräfte existieren.

Für die genannten Annahmen und die nachfolgenden Betrachtungen werden die Koordinatensysteme aus Abbildung 2.13 verwendet.

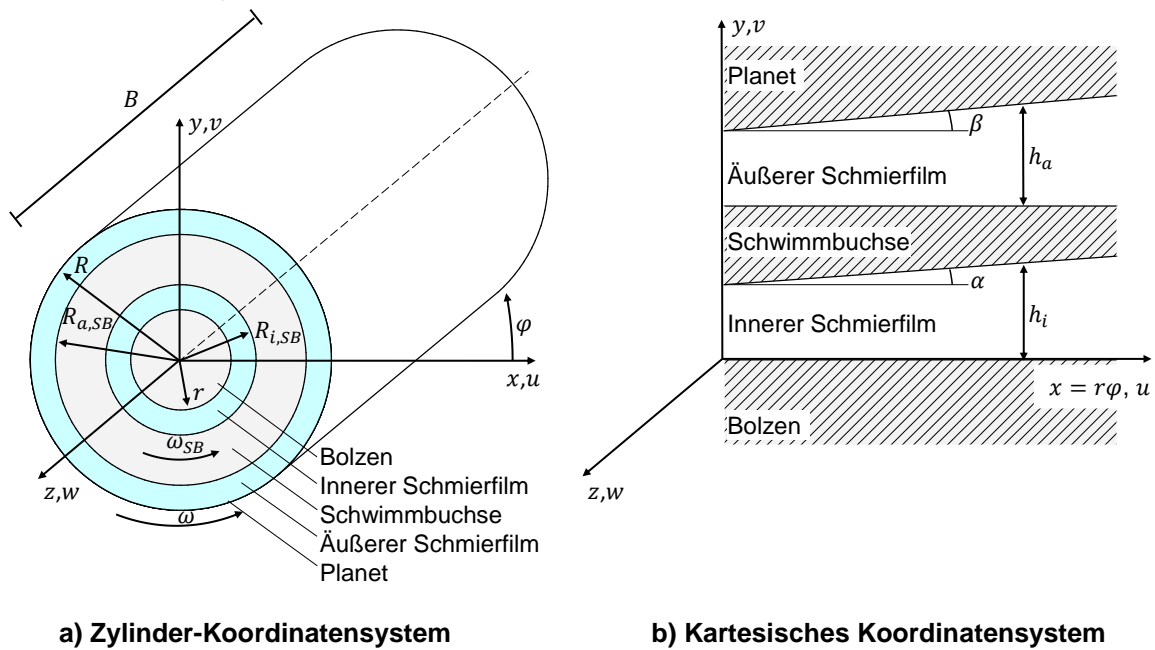


Abbildung 2.13: Koordinatensysteme

Auf diese Weise ergeben sich die vereinfachten Navier-Stokes-Gleichungen in x -, y -, z -Richtung:

$$x: \quad \frac{\partial p_{hyd}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\eta \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \right]$$

$$y: \quad \frac{\partial p_{hyd}}{\partial y} = 0 \tag{2.39}$$

$$z: \quad \frac{\partial p_{hyd}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\eta \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \right]$$

Durch zweifache Integration der Gleichungen (2.39) ergeben sich die Strömungsgeschwindigkeiten u und w .

$$\begin{aligned}
u(y) &= \frac{\partial p_{hyd}}{\partial x} \cdot \int_0^y \frac{y}{\eta} dy + C_1 \cdot \int_0^y \frac{1}{\eta} dy + C_2 \\
w(y) &= \frac{\partial p_{hyd}}{\partial z} \cdot \int_0^y \frac{y}{\eta} dy + C_3 \cdot \int_0^y \frac{1}{\eta} dy + C_4
\end{aligned} \tag{2.40}$$

Zur Bestimmung der Unbekannten C_1 bis C_4 , müssen für die Geschwindigkeiten an den Bauteilen Randbedingungen definiert werden. Werden in dem Planetenradlager zusätzlich Schwimmbuchsen eingesetzt, entstehen zwei Schmierfilme, die durch die Bohrungen in der Schwimmbuchse miteinander verbunden sind. Für beide ergibt sich aufgrund der unterschiedlichen Randbedingungen eine eigene Reynolds'sche Differenzialgleichung. Daher wird die Herleitung allgemeingültig für beide Schmierspalt durchgeföhrt.

$$\begin{aligned}
y = 0: \quad & u = U_1, \quad v = 0, \quad w = 0 \\
y = h: \quad & u = U_2, \quad v = U_2 \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t}, \quad w = 0
\end{aligned} \tag{2.41}$$

Mit den Randbedingungen (2.41) lassen sich die Koeffizienten C_1 bis C_4 bestimmen.

$$\begin{aligned}
C_1 &= \frac{U_2 - U_1}{\int_0^h \frac{1}{\eta} dy} - \frac{\partial p_{hyd}}{\partial x} \cdot \frac{\int_0^h \frac{y}{\eta} dy}{\int_0^h \frac{1}{\eta} dy} = \frac{U_2 - U_1}{F_0} - \frac{\partial p_{hyd}}{\partial x} \cdot \frac{F_1}{F_0} \\
C_2 &= U_1 \\
C_3 &= -\frac{\partial p_{hyd}}{\partial z} \cdot \frac{\int_0^h \frac{y}{\eta} dy}{\int_0^h \frac{1}{\eta} dy} = -\frac{\partial p_{hyd}}{\partial z} \cdot \frac{F_1}{F_0} \\
C_4 &= 0
\end{aligned} \tag{2.42}$$

Es ergeben sich schließlich die Strömungsgeschwindigkeiten zu

$$\begin{aligned}
u(y) &= \frac{\partial p_{hyd}}{\partial x} \cdot \int_0^y \frac{y}{\eta} dy + \left(\frac{U_2 - U_1}{F_0} - \frac{\partial p_{hyd}}{\partial x} \frac{F_1}{F_0} \right) \int_0^y \frac{1}{\eta} dy + U_1 \\
w(y) &= \frac{\partial p_{hyd}}{\partial z} \cdot \int_0^y \frac{y}{\eta} dy - \frac{\partial p_{hyd}}{\partial z} \frac{F_1}{F_0} \int_0^y \frac{1}{\eta} dy.
\end{aligned} \tag{2.43}$$

Dabei beschreiben die Faktoren F_0 und F_1 die über die Spalthöhe veränderliche Viskosität.

$$F_0 = \int_0^h \frac{1}{\eta} dy, \quad F_1 = \int_0^h \frac{y}{\eta} dy, \quad (2.44)$$

Neben der Impulserhaltung nach Navier-Stokes muss auch die Massenerhaltung für den Schmierstoff erfüllt sein.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (2.45)$$

Wird die Kontinuitätsgleichung (2.45) über die Spalthöhe $y = 0$ bis $y = h$ integriert, folgt:

$$\int_0^h \frac{\partial \rho}{\partial t} dy + \int_0^h \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dy + \int_0^h \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} dy + \int_0^h \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} dy = 0 \quad (2.46)$$

Mit Hilfe der Integrationsregel nach Leibniz [25]

$$\int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial}{\partial x} f(x, y, z) dy = \frac{\partial}{\partial x} \int_{h_1}^{h_2} f(x, y, z) dy - f(x, h_2, z) \frac{\partial h_2}{\partial x} + f(x, h_1, z) \frac{\partial h_1}{\partial x} \quad (2.47)$$

und den Geschwindigkeiten (2.43) können die einzelnen Terme in (2.46) folgendermaßen ausgedrückt werden.

$$\begin{aligned} \int_0^h \frac{\partial(\rho u(y))}{\partial x} dy &= -\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \frac{\partial p_{hyd}}{\partial x} \int_0^h \frac{y}{\eta} \left(y - \frac{F_1}{F_0} \right) dy + \rho \frac{U_2 - U_1}{F_0} \int_0^h \frac{y}{\eta} dy \right) + \\ &\quad \frac{\partial}{\partial x} (\rho U_2 h) - \rho U_2 \frac{\partial h}{\partial x} \\ \int_0^h \frac{\partial(\rho v(y))}{\partial y} dy &= [\rho v]_0^h = \rho U_2 \frac{\partial h}{\partial x} + \rho \frac{\partial h}{\partial t} \\ \int_0^h \frac{\partial(\rho w(y))}{\partial z} dz &= -\frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \frac{\partial p_{hyd}}{\partial z} \int_0^h \frac{y}{\eta} \left(y - \frac{F_1}{F_0} \right) dy \right) \\ \int_0^h \frac{\partial \rho}{\partial t} dy &= h \frac{\partial(\rho)}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.48)$$

Werden die Terme (2.48) in die Kontinuitätsgleichung (2.46) mit einer über die Spalthöhe konstanten Dichte ρ eingesetzt, ergibt sich die Reynolds'sche Differenzialgleichung für inkompressible Fluide mit einer dreidimensional veränderlichen Viskosität und Schmierfilmkavitation.

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho F_2 \frac{\partial p_{hyd}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho F_2 \frac{\partial p_{hyd}}{\partial z} \right)}_{\text{Poiseuille-Terme}} = \underbrace{(U_1 - U_2) \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \frac{F_1}{F_0} \right) + U_2 \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho h)}{\partial t}}_{\text{Couette-Terme}} \quad (2.49)$$

Der dritte Viskositätsfaktor F_2 ist dabei definiert als

$$F_2 = \int_0^h \frac{y}{\eta} \left(y - \frac{F_1}{F_0} \right) dy. \quad (2.50)$$

Der Einfluss des instationären Terms $\partial(\rho h)/\partial t$ ist bei den durchgeführten Untersuchungen in dieser Arbeit vernachlässigbar, da sich die Spalthöhe bei konstanten Belastungen nur sehr langsam ändert, so dass dieser nicht weiter betrachtet wird.

Schließlich stehen auf der linken Seite der Reynolds'schen Differenzialgleichung die Poiseuille Terme, die eine druckbedingte Strömung beschreiben und auf der rechten Seite die Couette-Terme, die eine Schleppströmung aufgrund der hydrodynamisch wirksamen Geschwindigkeit $(U_1 + U_2)$ ausdrücken.

Für die weiteren Betrachtungen wird die Reynolds'sche Differenzialgleichung (2.49) in eine dimensionslose Form überführt, indem die folgenden Beziehungen eingesetzt werden.

$$p_{hyd} = \Pi_{hyd} \frac{\eta_0 \omega R^2}{\Delta R^2}, \quad x = R\varphi, \quad z = R\bar{z}, \quad h = \Delta R H, \quad \eta = \eta^* \eta_0, \quad (2.51)$$

$$\rho = \rho^* \rho_0, \quad F_0 = \frac{h}{\eta_0} \tilde{F}_0, \quad F_1 = \frac{h^2}{\eta_0} \tilde{F}_1, \quad F_2 = \frac{h^3}{\eta_0} \tilde{F}_2, \quad \tilde{F}_2 = \frac{1}{12 \eta_p^*},$$

$$\tilde{F}_0 = \int_0^1 \frac{d\tilde{y}}{\tilde{\eta}}, \quad \tilde{F}_1 = \int_0^1 \frac{\tilde{y} \cdot d\tilde{y}}{\tilde{\eta}}, \quad \tilde{F}_2 = \int_0^1 \frac{\tilde{y}}{\tilde{\eta}} \cdot \left(\tilde{y} - \frac{\tilde{F}_1}{\tilde{F}_0} \right) d\tilde{y} \quad f_c = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\tilde{F}_1}{\tilde{F}_0} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\rho^* \frac{H^3}{12 \eta^*} \frac{\partial \Pi_{hyd}}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\rho^* \frac{H^3}{12 \eta^*} \frac{\partial \Pi_{hyd}}{\partial \bar{z}} \right) = \frac{(U_2 - U_1)}{2 U_2} \frac{\partial(\rho^* H f_c)}{\partial \varphi} + \frac{U_1}{U_2} \frac{\partial(\rho^* H)}{\partial \varphi} \quad (2.52)$$

Unter der Annahme, dass die Dichte ρ^* im vollgefüllten Spalt über die Spalthöhe konstant und die Kompressibilität des Schmierstoffs vernachlässigbar ist, kann diese in den Poiseuille-Termen auf der linken Seite der Reynolds'schen Differenzialgleichung (2.52) vernachlässigt werden [53].

2.4.2 Numerische Lösung der Reynolds'schen Differenzialgleichungen

Die verallgemeinerte Reynolds'sche Differenzialgleichung (2.52) kann auf analytischem Weg nicht gelöst werden, da z. B. die Spaltfunktion unstetig sein kann, Kavitation oder Schmierfilmturbulenz im Gleitlager auftreten oder mit einer dreidimensionalen Temperatur- bzw. Viskositätsverteilung gerechnet wird. Aus diesem Grund kommt die zellzentrierte Finite Volumen Methode (FVM) zum Einsatz. Dazu wird in Abbildung 2.14 der Schmierpalt in Umfangsrichtung φ und in axialer Richtung \bar{z} in äquidistante Elemente unterteilt und für den Mittelpunkt jedes Kontrollvolumen der Druck $\Pi_{i,j}$ bestimmt. Die Abstände zwischen den Mittelpunkten zweier Kontrollvolumen $\delta\varphi$ und $\delta\bar{z}$ können somit aus der Lagergeometrie und der Kontrollvolumenanzahl $m \times n$ berechnet werden.

$$\Delta\varphi = \delta\varphi = \frac{2\pi}{m}$$

$$\Delta\bar{z} = \delta\bar{z} = \frac{2B/D}{n}$$
(2.53)

An den axialen Lagerrändern wird ein zusätzliches Kontrollvolumen mit der Breite Null gesetzt, so dass für diese der jeweilige Umgebungsdruck als Randbedingung definiert werden kann $\Pi_{i,j} = \Pi_0$. Aus diesem Grund halbiert sich an den axialen Grenzen die Schrittweite $\delta\bar{z}_{Rand} = 0,5 \cdot \delta\bar{z}$.

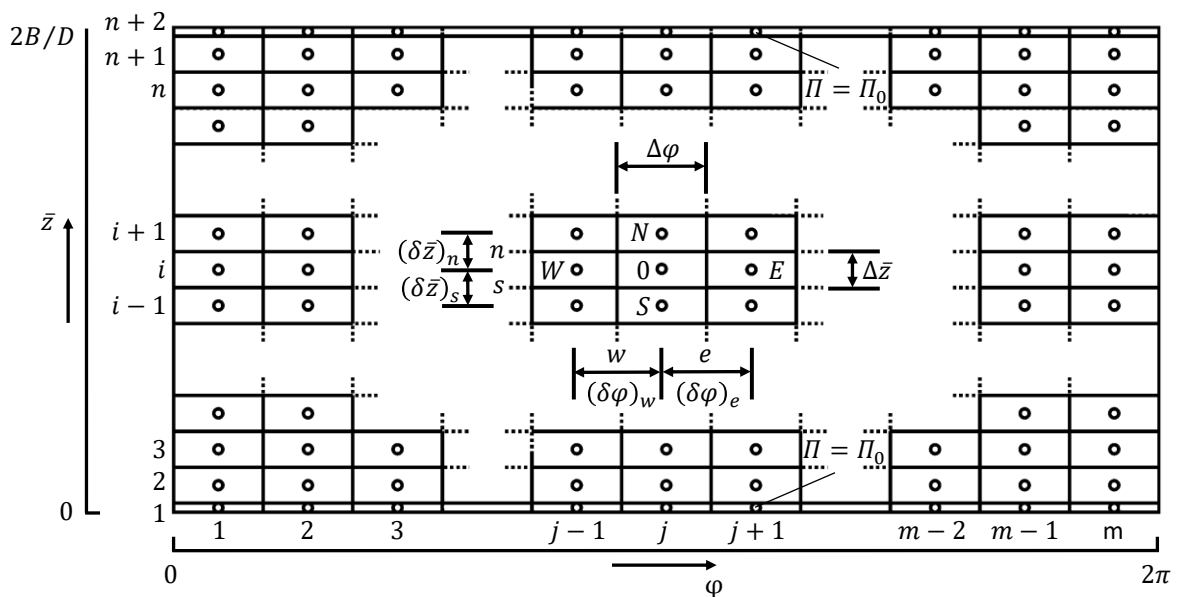


Abbildung 2.14: Diskretisierung des Schmierpalts in Finite Volumen Elemente

Unterschreitet der Schmierfilmdruck in einzelnen Bereichen des Lagers den Löslichkeitsdruck, reißt der Schmierfilm auf und es bildet sich eine streifenförmige, zweiphasige Strömung aus Gas und Schmierstoff [56]. Zusätzlich tritt Umgebungsluft in den Spalt ein. Dies geschieht bei Radiallagern mit Festsegmenten zwangsläufig in den Abschnitten mit einem divergenten Spalt, in dem nicht mehr ausreichend Schmierstoff vorhanden ist, um den gesamten Spalt zu füllen. Da die Gasblasen bei steigendem Druck gedämpft implodieren, besteht im Gegensatz zu der Dampfkavitation keine direkte Gefahr für das Bauteil. Jedoch muss dieses Phänomen bei der Lösung der Reynolds'schen Differenzialgleichung berücksichtigt werden, da sich ansonsten negative Schmierfilmdrucke im Lager ergeben. *Elrod* [57] entwickelte für kompressible Fluide einen Kavitationsalgorithmus, der die sogenannten JFO-Randbedingungen [58], [59] erfüllt und damit eine kontinuierliche Druckverteilung und gleichzeitig einen kontinuierlichen Volumenstrom im gesamten Gleitlager gewährleistet. Basierend auf diesem Verfahren führt Mittwollen [54] für jedes Kontrollvolumen aus Abbildung 2.14 eine druckähnliche Variable $P_{i,j}$, den Füllungsgrad $F_{i,j}$ und den binären Kavitationsindex $K_{i,j}$ ein. Tabelle 2.1 zeigt die Definition der einzelnen Größen.

Tabelle 2.1: Parameter zur Beschreibung der Schmierfilmkavitation

	Überdruckgebiet, $P_{i,j} \geq 0$	Kavitationsgebiet, $P_{i,j} < 0$
Dimensionsloser Druck	$\Pi_{i,j} > 0$	$\Pi_{i,j} = 0$
Druckähnliche Variable $P_{i,j}$	$\Pi_{i,j}$	$F_{i,j} - 1$
Füllungsgrad $F_{i,j}$	1	$0 \leq F_{i,j} \leq 1$
Kavitationsindex $K_{i,j}$	1	0

Im gesamten Kavitationsgebiet ist der dimensionslose Druck $\Pi_{i,j} = 0$ und es existieren keine Druckströmungen in Umfangs- und axialer Richtung. Daher ist im Gegensatz zum Überdruckgebiet die Lösungsvariable nicht mehr der Druck Π , sondern der Füllungsgrad F . Der binäre Kavitationsindex K dient als Schalter, so dass im Kavitationsgebiet ($P < 0$ und $K = 0$) eine reine Couette-Strömung existiert und die linke Seite der Reynolds'schen Differenzialgleichung (2.52) Null wird. Im Überdruckgebiet dagegen überlagern sich die Poiseuille- und Couette-Strömung und für den Spaltfüllungsgrad F , der in (2.52) äquivalent zur relativen Dichte ρ^* ist, gilt $F = 1$.

Bei Berücksichtigung der druckähnlichen Variablen P sowie des Kavitationsindex K kann die Reynolds'sche Differentialgleichung sowohl für das Überdruck- als auch das Kavitationsgebiet ausgedrückt werden [51].

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{K H^3}{12 \eta^*} \frac{\partial P}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\frac{K H^3}{12 \eta^*} \frac{\partial P}{\partial \bar{z}} \right) \\
&= \frac{(U_2 - U_1)}{2 U_2} \frac{\partial}{\partial \varphi} ((1 + (1 - K)P) H f_c) + \frac{U_1}{U_2} \frac{\partial ((1 + (1 - K)P) H)}{\partial \varphi}
\end{aligned} \tag{2.54}$$

Die Berechnung der druckähnlichen Variablen $P_{i,j}$ und des Kavitationsindex $K_{i,j}$ erfolgt iterativ, indem ein lineares Gleichungssystem mit den diskreten Mengenflussbilanzen für jedes Kontrollvolumen gelöst wird.

$$(\dot{q}_w)_P - (\dot{q}_e)_P + (\dot{q}_s)_P - (\dot{q}_n)_P = (\dot{q}_e)_C - (\dot{q}_w)_C \tag{2.55}$$

Dabei werden die Poiseuille-Strömungen (P) auf der linken Seite und die Couette-Strömungen (C) auf der rechten Seite bilanziert. Die einzelnen Strömungsanteile können durch Integration der dimensionslosen Reynolds'schen Differenzialgleichung (2.52) in beide Raumrichtungen bestimmt werden. Dabei wird für die Poiseuille-Terme das Zentralfdifferenzschema verwendet. Während die Couette-Terme im vollgefüllten Bereich ebenfalls mit dem Zentralfdifferenzschema beschrieben werden, wird im Kavitationsgebiet das stromaufwärtsgerichtete Aufwinddifferenzschema eingesetzt, um die numerische Stabilität der Lösung sicherzustellen, z.B [55] und [60].

$$\begin{aligned}
(\dot{q}_e)_P &= - \underbrace{\left[\frac{H^3}{12 \eta^* \delta \varphi} \right]_e}_{a_{E,P}} \Delta \bar{z} (K_E P_E - K_0 P_0) \\
(\dot{q}_w)_P &= - \underbrace{\left[\frac{H^3}{12 \eta^* \delta \varphi} \right]_w}_{a_{W,P}} \Delta \bar{z} (K_0 P_0 - K_W P_W) \\
(\dot{q}_n)_P &= - \underbrace{\left[\frac{H^3}{12 \eta^* \delta \bar{z}} \right]_n}_{a_N} \Delta \varphi (K_N P_N - K_0 P_0) \\
(\dot{q}_s)_P &= - \underbrace{\left[\frac{H^3}{12 \eta^* \delta \bar{z}} \right]_s}_{a_S} \Delta \varphi (K_0 P_0 - K_S P_S)
\end{aligned} \tag{2.56}$$

$$\begin{aligned}
(\dot{q}_w)_c &= \underbrace{\Delta \bar{z} \left[\frac{U_2 - U_1}{2 U_2} (1 - K_W) (Hf_c)_w + (1 - K_W) (H)_w \right]}_{a_{w,c}} P_W + \\
&\underbrace{\Delta \bar{z} \left\{ \frac{U_2 - U_1}{2 U_2} [(Hf_c)_w + K_0 K_W ((Hf_c)_w - (Hf_c)_w)] + \frac{U_1}{U_2} [H_w + K_0 K_W (H_w - H_w)] \right\}}_{s_{0,w}} \\
(\dot{q}_e)_c &= \underbrace{\Delta \bar{z} \left[\frac{U_2 - U_1}{2 U_2} (1 - K_0) (Hf_c)_0 + (1 - K_0) (H)_0 \right]}_{a_{0,c}} P_0 + \\
&\underbrace{\Delta \bar{z} \left\{ \frac{U_2 - U_1}{2 U_2} [(Hf_c)_0 + K_E K_0 ((Hf_c)_e - (Hf_c)_0)] + \frac{U_1}{U_2} [H_0 + K_E K_0 (H_e - H_0)] \right\}}_{s_{0,0}}
\end{aligned} \tag{2.57}$$

Die Berücksichtigung aller Kontrollvolumen liefert ein lineares Gleichungssystem, in dem die Koeffizienten a in der Matrix $\bar{\bar{A}}$ und die Koeffizienten s_0 in einem Vektor $\bar{\bar{S}}_0$ geordnet und zusammengefasst werden und schließlich der Vektor \bar{P} mit den druck-ähnliche Variablen P für das gesamte Lösungsgebiet bestimmt werden kann [55].

$$\bar{\bar{A}} \cdot \bar{P} = \bar{\bar{S}}_0 \tag{2.58}$$

2.4.3 Randbedingungen zur Lösung der Reynolds'schen Differenzialgleichung

Für die Bestimmung einer eindeutigen Lösung der verallgemeinerten Reynolds'schen Differenzialgleichungen werden Randbedingungen benötigt, die mit Hilfe der Abbildung 2.15 erläutert werden.

- 1) An den axialen Lagerrändern ($\bar{z} = 0$ und $\bar{z} = 2B/D$) herrscht Umgebungsdruck Π_0 , so dass für alle Kontrollvolumen an den Rändern, $\Pi = \Pi_0$ gesetzt wird.
- 2) In der hydrostatischen Schmierstofftasche stellt sich der effektive Taschendruck Π_T ein.
- 3) Bei vollständig umschlossenen Lagern ist die Druckverteilung im Schmierspalt 2π -periodisch.
- 4) Im divergenten Spaltbereich reicht die Schmierstoffmenge für eine Vollfüllung des Schmierspalt nicht mehr aus und der Schmierstoffdruck entspricht dem Kavitationsgrenzdruck. Die Poiseuilleströmung in Spaltumfangsrichtung und in axialer Richtung ist Null.
- 5) Die Schmierstoffmenge am Ende des Kavitationsbereichs ergibt sich aus dem Volumenstrom, der in den Kavitationsbereich eintritt.

- 6) Sind die Lagergeometrie, die Druckrandbedingungen und die äußere Belastung zur axialen Lagermitte symmetrisch, kann das Lösungsgebiet auf eine Lagerhälfte beschränkt werden. Dazu wird das Druckgefälle in axialer Richtung in der Lagermitte bei $\bar{z} = B/D$ zu Null gesetzt.

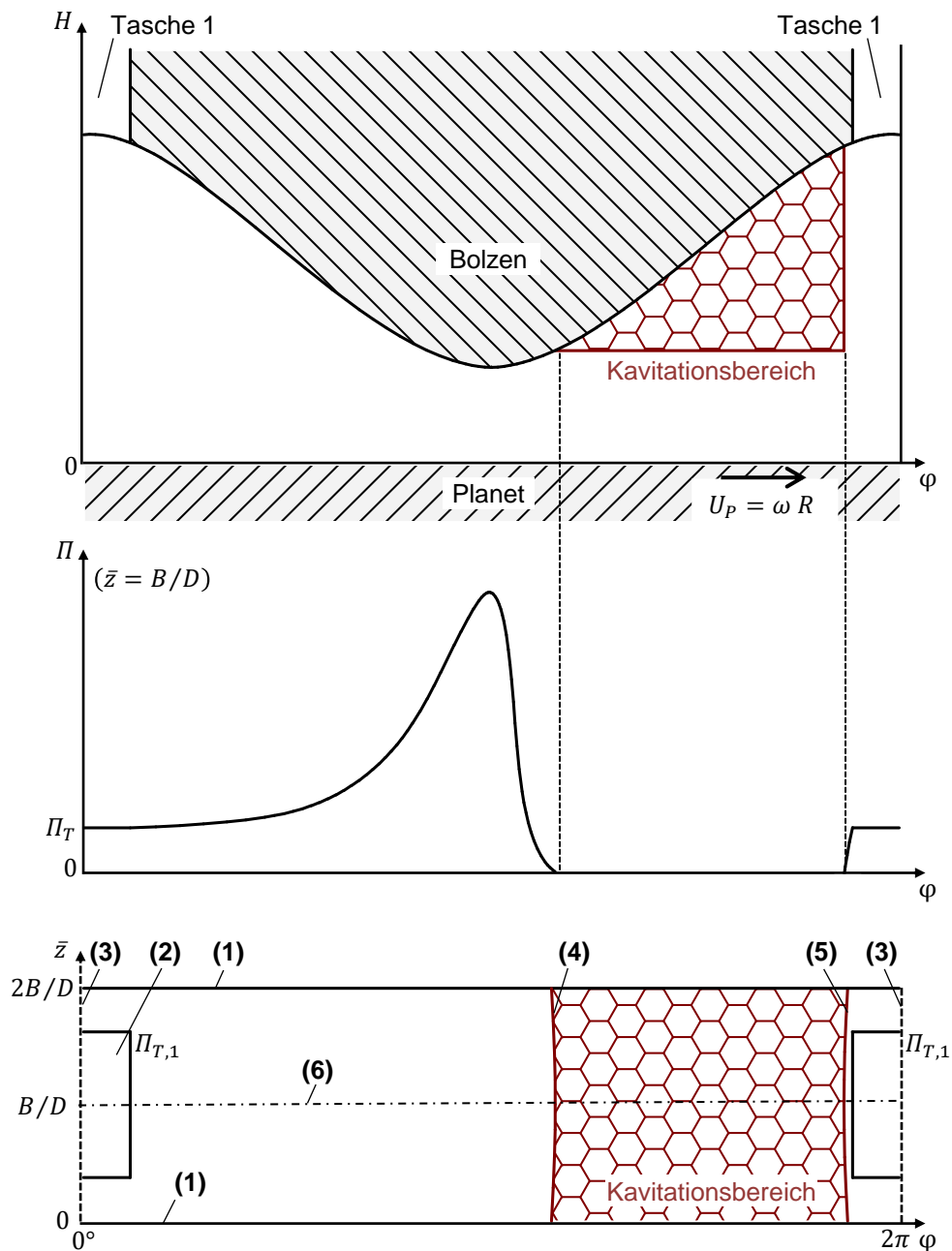


Abbildung 2.15: Schematische Darstellung der Randbedingungen zur Lösung der verallgemeinerten Reynolds'schen Differenzialgleichung nach [54]

2.5 Berücksichtigung der Mikrogeometrie in der verallgemeinerten Reynolds'schen Differenzialgleichung

Die hydrodynamische Druckentwicklung in Gleitlagern hängt vorrangig von der Makrogeometrie der Bauteile ab. In der Reynolds'schen Differenzialgleichung (2.49) für hydrodynamische Gleitlager wird die relative Position zwischen Welle und Lager, eine mögliche Profilierung der Lauffläche oder eine Verformung der Bauteile über die Spalthöhe h berücksichtigt. Die Rauheitsverteilung der Oberflächen wird hingegen auf der Makroebene nicht abgebildet. Eine Vernachlässigung der Oberflächentopographie ist auch ohne nennenswerte Einbußen in der Ergebnislösung zulässig, solange die minimale Schmierfilmhöhe deutlich größer als die Rauheit der Oberflächen ist, z. B. [25] oder [64]. Mit abnehmender Spalthöhe beeinflusst die Mikrogeometrie immer stärker den hydrodynamischen Druckaufbau. Je nach Ausrichtung der Topographie bezüglich der Strömungsrichtung kann der Druckaufbau begünstigt oder gehemmt werden.

2.5.1 Berechnung der Flussfaktoren

Die Berücksichtigung der Mikrogeometrie kann prinzipiell auf zwei Wegen erfolgen. Bei der direkten Kopplung zwischen Mikro- und Makrogeometrie wird das Lösungsgebiet so fein vernetzt, dass selbst die einzelnen Rauheitsamplituden aufgelöst werden können. Die Spalthöhe h_δ setzt sich damit in Abbildung 2.16 aus der nominellen Spalthöhe h und den Rauheitsamplituden der beiden Oberflächen δ_1 und δ_2 zusammen.

$$h_\delta = h + \delta_1 + \delta_2 \quad (2.59)$$

Bei dieser Methode beschränkt sich das Kontaktgebiet meist auf sehr kleine, kreisförmige Gebiete, da verbunden mit einer hochauflösenden Vernetzung auch die Rechenzeit sehr stark ansteigt, z. B. [102]-[105].

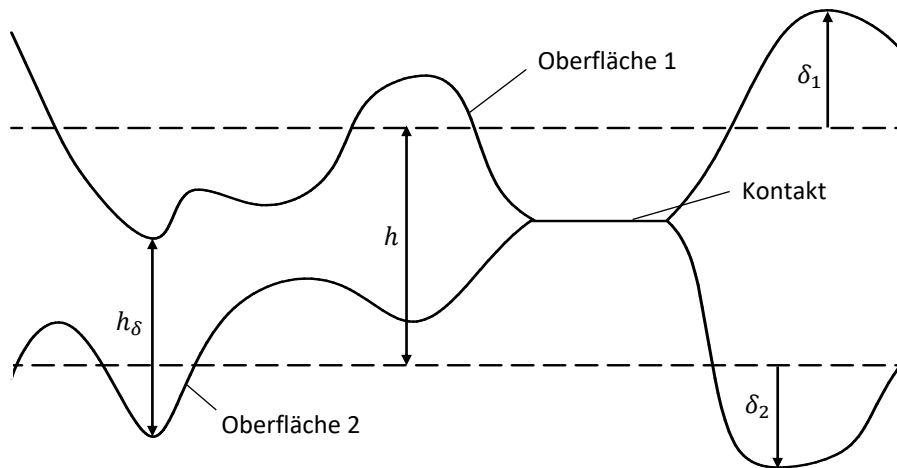


Abbildung 2.16: Spalthöhe zwischen zwei rauen Oberflächen

Für die großflächigen Kontakte in Gleitlagern würden bei einem Durchmesser von $D = 100 \text{ mm}$ und einer Breite von $B = 50 \text{ mm}$ z. B. bereits knapp 16 Milliarden Punkte benötigt, um eine Auflösung von $1 \mu\text{m}$ zu erhalten. Für noch größere Dimensionen wie sie beispielsweise in Windenergieanlagen vorkommen, erhöht sich die Knotenanzahl noch weiter. Aus diesem Grund ist die direkte Kopplung zwischen Mikro- und Makrogeometrie für die Auslegung von Gleitlagern in der Praxis kaum praktikabel, da die langen Rechenzeiten keinen effizienten Konstruktionsprozess zulassen.

Patir & Cheng [106], [107] stellten ein Modell vor, mit dem es möglich ist, den Einfluss der Oberflächenrauheit zu berücksichtigen und gleichzeitig vertretbare Rechenzeiten zu erzielen. Dazu erweiterten sie die Reynolds'sche Differenzialgleichung um die sogenannten Flussfaktoren für die Druckströmung Φ^p und die Scherströmung Φ^s .

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\Phi_x^p \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Phi_z^p \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} \right) = \frac{U_1 + U_2}{2} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{U_1 - U_2}{2} \frac{\partial (R_q \Phi_x^s)}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2.60)$$

Die Poiseuille-Ströme werden mit den Druckflussfaktoren multipliziert und somit in Abhängigkeit der Rauheitsstruktur gehemmt oder verstärkt. Die Schleppestömung wird darüber hinaus um einen Term erweitert, der die zusätzlich transportierte Schmierstoffmenge in den Rauheitstälern berücksichtigt. Je nachdem welche der beiden Oberflächen schneller dreht, wirkt sich der Scherflussfaktor positiv oder negativ auf die Tragfähigkeit des Lagers aus.

Für die Bestimmung der einzelnen Korrekturfaktoren wird die Strömung durch einen kleinen, repräsentativen Ausschnitt der rauen Lageroberflächen für verschiedene

Spalthöhen h berechnet. Damit der Ausschnitt repräsentativ ist, müssen seine Abmessungen größer als die Korrelationslängen der Oberfläche sein [111].

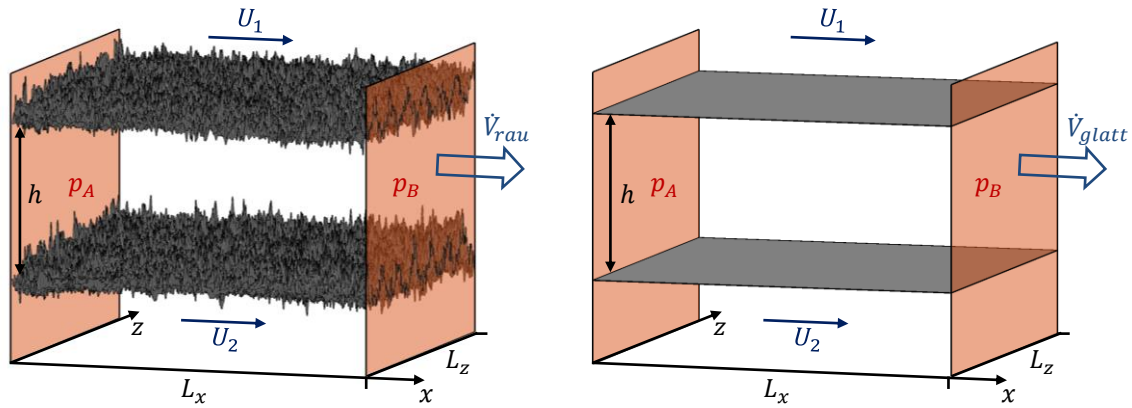


Abbildung 2.17: Prinzip der Flussfaktorberechnung

Auf der linken Seite der Abbildung 2.17 sind zwei raue Oberflächen gezeigt, deren mittlerer Abstand h beträgt. Daneben befinden sich zwei glatte Oberflächen mit dem identischen Abstand. Im ersten Schritt wird für die raue Oberfläche die Reynolds'sche Differenzialgleichung für isoviskose Fluide aufgestellt.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h_\delta^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h_\delta^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{U_1 + U_2}{2} \frac{\partial h_\delta}{\partial x} + \frac{\partial h_\delta}{\partial t} \quad (2.61)$$

Der zeitabhängige Term kann mit den Oberflächenrauheiten δ_1 und δ_2 sowie den Oberflächengeschwindigkeiten U_1 und U_2 ausgedrückt werden.

$$\frac{\partial h_\delta}{\partial t} = \underbrace{\frac{\partial h}{\partial t}}_0 + \frac{\partial \delta_1}{\partial t} + \frac{\partial \delta_2}{\partial t} = \frac{\partial \delta_1}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial \delta_2}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = U_1 \frac{\partial \delta_1}{\partial x} - U_2 \frac{\partial \delta_2}{\partial x} \quad (2.62)$$

Da die Flussfaktorberechnung für eine konstante nominelle Spalthöhe h erfolgt, ist ihre zeitliche Ableitung Null.

Für die Berechnung des Volumenstroms durch die glatte Oberfläche wird die Reynolds'sche Differenzialgleichung mit Flussfaktoren (2.60) benutzt. Der Verdrängungsterm fällt wieder weg, da die nominelle Spalthöhe konstant bleibt. Für die Bestimmung der Flussfaktoren müssen folglich die beiden Gleichungen (2.60) und (2.61) mit identischen Randbedingungen gelöst und anschließend die resultierenden Volumenströme durch die rauen \dot{V}_{rau} und glatten Oberflächen \dot{V}_{glatt} ins Verhältnis gesetzt werden.

$$\Phi = \frac{\dot{V}_{rau}}{\dot{V}_{glatt}} \quad (2.63)$$

Bestimmung der Druckflussfaktoren Φ^p

Bei der Berechnung der Druckflussfaktoren soll lediglich der Einfluss der Druckströmung analysiert werden, so dass die Umfangsgeschwindigkeiten U_1 sowie U_2 entfallen und die rechte Seite der Reynolds'schen Differenzialgleichungen (2.60) und (2.61) zu Null wird.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h_\delta^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h_\delta^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 0 \quad (2.64)$$

Zur Bestimmung des Drucks p werden die Oberflächen in diskrete Elemente unterteilt, das lineare Gleichungssystem aufgebaut und gelöst, vgl. Kapitel 2.4. Mit Hilfe der berechneten Druckverteilung kann mit den Gleichungen (2.56) und (2.57) der Volumenstrom in x - und z -Richtung bestimmt werden. In Abhängigkeit der verwendeten Randbedingungen aus Tabelle 2.2, die bei der Lösung der Reynolds'schen Differenzialgleichung benutzt werden, ergibt sich der Flussfaktor ϕ_x^p bzw. ϕ_z^p .

Tabelle 2.2: Randbedingungen zur Bestimmung der Druckflussfaktoren, [106]

Flussfaktor	Φ_x^p	Φ_z^p
Randbedingungen:	1. $p_A \neq p_B$ 2. $\frac{\partial p}{\partial z}(z = 0, z = L_z) = 0$ 3. $U_1 = U_2 = 0$ 4. Kein Fluss in Kontaktpunkten	1. $p_A \neq p_B$ 2. $\frac{\partial p}{\partial x}(x = 0, x = L_x) = 0$ 3. $U_1 = U_2 = 0$ 4. Kein Fluss in Kontaktpunkten

Aus Tabelle 2.2 wird ersichtlich, dass für den Druckflussfaktor in Umfangsrichtung Φ_x^p ein Druckgefälle über die Randdrücke p_A und p_B definiert werden muss. Die Größe der Druckdifferenz ist dabei unerheblich, da die Volumenströme der rauen und glatten Oberfläche ins Verhältnis gesetzt werden [106]. Weiterhin wird keine Strömung über die Gebietsränder in z -Richtung zugelassen, indem hier die Druckgradienten zu Null gesetzt werden. Die Randbedingungen für den Druckflussfaktor in axialer Richtung Φ_z^p werden entsprechend um 90° gedreht. Weiterhin muss sichergestellt werden, dass keine Volumenströme in Kontaktgebieten existieren. Gerade die Erfüllung der letzten Randbedingung erfordert einige Abfragen im Algorithmus, da einzelne Regionen mit einer Spaltweite $h_\delta > 0 \mu m$ komplett von Kontaktgebieten abgeschlos-

sen werden können und somit Inseln entstehen, in denen keine Strömung stattfinden kann. Diese abgetrennten Bereiche sind in Abbildung 2.18 gelb markiert.

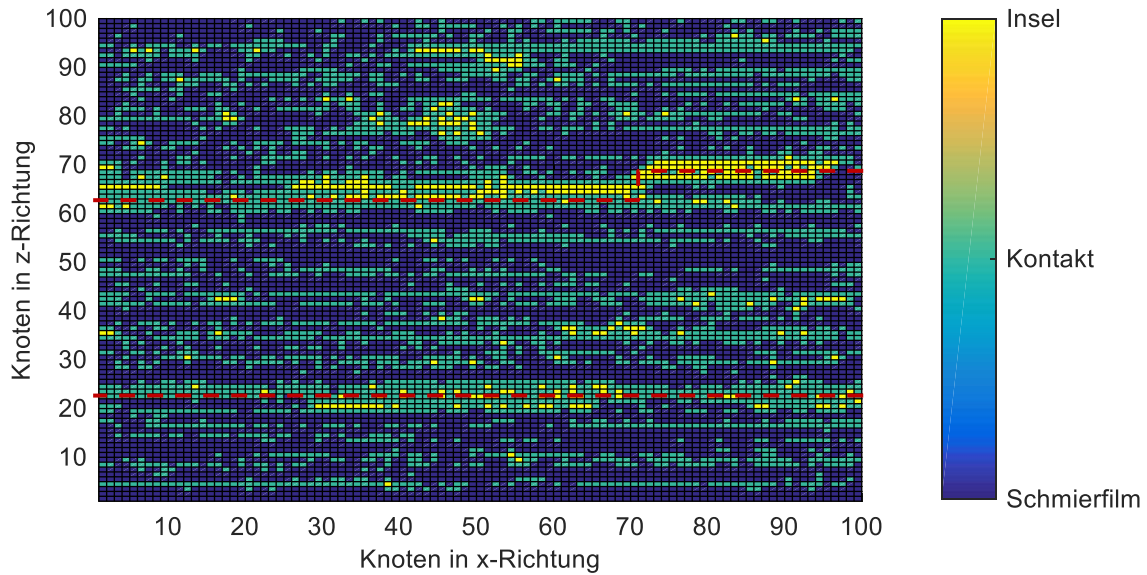


Abbildung 2.18: Kontaktstatus während der Flussfaktorberechnung

Bei gedrehten Oberflächen kann es zudem passieren, dass gerade der Volumenstrom in axialer Richtung aufgrund der Kontaktpunkte blockiert wird. In Abbildung 2.18 zeigen die rot gestrichelten Linien, dass an diesen Stellen kein Fluss mehr in z-Richtung möglich ist. ($\dot{V}_{rau} = 0 \text{ l/min}$), so dass nach Gleichung (2.65) auch der Druckflussfaktor $\phi_z^p = 0$ ist.

Der Volumenstrom durch die glatten Oberflächen kann analytisch aus dem Druckgefälle und den Abmaßen des Lagerausschnitts L_x und L_z berechnet werden, so dass eine Vernetzung der Oberflächen und eine numerische Lösung nicht notwendig sind.

$$\Phi_x^p = \frac{\dot{V}_{rau}}{\dot{V}_{glatt}} = \frac{\int_0^{L_z} \frac{h_\delta^3}{12 \eta} \frac{\partial p}{\partial x} dz}{\frac{h^3}{12 \eta} \frac{p_B - p_A}{L_x} L_z} \quad \text{und} \quad \Phi_z^p = \frac{\dot{V}_{rau}}{\dot{V}_{glatt}} = \frac{\int_0^{L_x} \frac{h_\delta^3}{12 \eta} \frac{\partial p}{\partial z} dx}{\frac{h^3}{12 \eta} \frac{p_B - p_A}{L_z} L_x} \quad (2.65)$$

Bestimmung des Scherflussfaktors Φ^s

Für die Berechnung des Scherflussfaktors wird ebenfalls das Modell aus Abbildung 2.17 mit den Randbedingungen aus Tabelle 2.3 verwendet.

Tabelle 2.3: Randbedingungen zur Bestimmung des Scherflussfaktors, [107]

Flussfaktor	ϕ_x^s
Randbedingungen:	1. $p_A = p_B$ 2. $\frac{\partial p}{\partial z}(z = 0, z = L_z) = 0$ 3. $U_1 = -U_2 = \frac{U_s}{2}$ 4. Kein Fluss in Kontaktpunkten

In diesem Fall liegt kein Druckgefälle in x -Richtung mehr vor und der Volumenstrom über die axialen Ränder wird zu Null gesetzt. Dafür bewegen sich nun die Oberflächen in entgegengesetzter Richtung mit betragsmäßig identischer Geschwindigkeit. Dies führt im Fall der rauen Oberfläche zu der Reynolds'schen Differenzialgleichung

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h_\delta^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h_\delta^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = U_1 \frac{\partial \delta_1}{\partial x} - U_2 \frac{\partial \delta_2}{\partial x} = \frac{U_s}{2} \left(\frac{\partial \delta_1}{\partial x} + \frac{\partial \delta_2}{\partial x} \right) \quad (2.66)$$

und für die glatte Oberfläche zu

$$0 = \frac{U_1 - U_2}{2} \frac{\partial R_q \Phi_x^s}{\partial x} = \frac{U_s}{2} \frac{\partial (R_q \Phi_x^s)}{\partial x} \quad (2.67)$$

Es existiert kein globales Druckgefälle mehr, so dass sich eine Strömung allein durch die gegenseitige Verschiebung der Rauheitsspitzen und der damit verbundenen lokalen Verdrängungsströmung einstellt. Aus diesem Grund muss auch der neue Term

$$\frac{U_1 - U_2}{2} \frac{\partial R_q \Phi_x^s}{\partial x} \quad (2.68)$$

auf der rechten Seite der Reynolds'schen Differenzialgleichung (2.60) eingeführt werden, so dass auch bei makroskopisch glatten Oberflächen dieser Effekt beschrieben werden kann. Schließlich ergibt sich der Scherflussfaktor durch Gleichsetzen der Volumenströme zu:

$$\Phi_x^s = \frac{\dot{V}_{rau}}{\dot{V}_{glatt}} = \frac{-2}{R_q U_s} \cdot \frac{1}{L_z} \int_0^{L_z} \frac{h_\delta^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} dz \quad (2.69)$$

Auf Grundlage dieses Algorithmus entwickelten *Patir & Cheng* Näherungsformeln, die die quadratisch gemittelte Oberflächenrauheit R_q und den Peklenik-Faktor γ als Parameter verwenden. Der Peklenik-Faktor setzt dabei die Korrelationslänge in x und z -Richtung ins Verhältnis [113].

$$\gamma = \frac{S_{ax}}{S_{az}} \quad (2.70)$$

Von der Anwendung der Näherungsformeln wird in dieser Arbeit abgesehen, da diese nur für Oberflächen mit einer Gauß'schen Normalverteilung gültig sind. In dem implementierten Algorithmus wird das in Kapitel 2.4 beschriebene masseerhaltende Kavitationsmodell verwendet und es werden zusätzlich die elastischen Verformungen mit dem Halbraummodell von *Boussinesq* ermittelt, sobald zwischen den Oberflächen Kontakt besteht.

Schließlich ergibt sich die viskositätsabhängige Reynolds'sche Differenzialgleichung, die um die drei Flussfaktoren erweitert ist, so dass der hydrodynamische Schmierfilmdruck auch in Abhängigkeit der Oberflächentopographie berechnet werden kann.

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(\Phi_x^p \cdot \rho F_2 \frac{\partial p_{hyd}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Phi_z^p \cdot \rho F_2 \frac{\partial p_{hyd}}{\partial z} \right)}_{\text{Poiseuille-Terme}} \\
 & = \underbrace{(U_1 - U_2) \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \frac{F_1}{F_0} \right) + U_2 \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} + \frac{(U_1 - U_2)}{2} \frac{\partial(\rho^* R_q \Phi_x^s)}{\partial \varphi}}_{\text{Couette-Terme}} \quad (2.71)
 \end{aligned}$$

2.5.2 Verifikation des Algorithmus zur Berechnung der Flussfaktoren

Lettaleur [110] entwickelte ein analytisches Modell zur Berechnung der Flussfaktoren einer sinusförmigen Oberfläche. Dieses kann dazu genutzt werden, um den implementierten Algorithmus zu verifizieren. Dazu wird die sinusförmige Oberfläche aus Abbildung 2.19 mit einer Amplitude von $1 \mu m$ erstellt und die Druckfluss- und Scherflussfaktoren für das Intervall $h \in [0 \mu m \dots 14 \mu m]$ berechnet. Den Gegenpart bildet eine glatte Oberfläche.

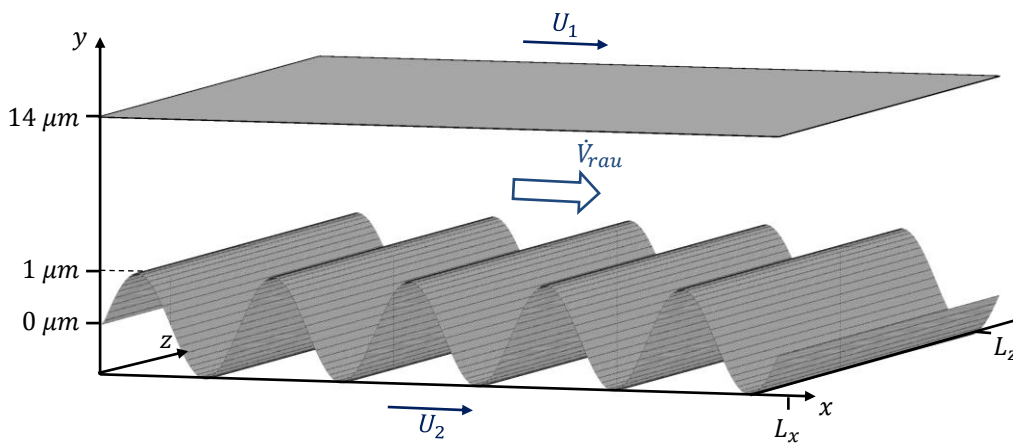


Abbildung 2.19: Oberflächenkonfiguration für die Berechnung der Flussfaktoren nach *Lettaleur*

Die numerisch bestimmten Flussfaktoren werden gemeinsam mit den analytisch berechneten Flussfaktoren in Abbildung 2.20 dargestellt.

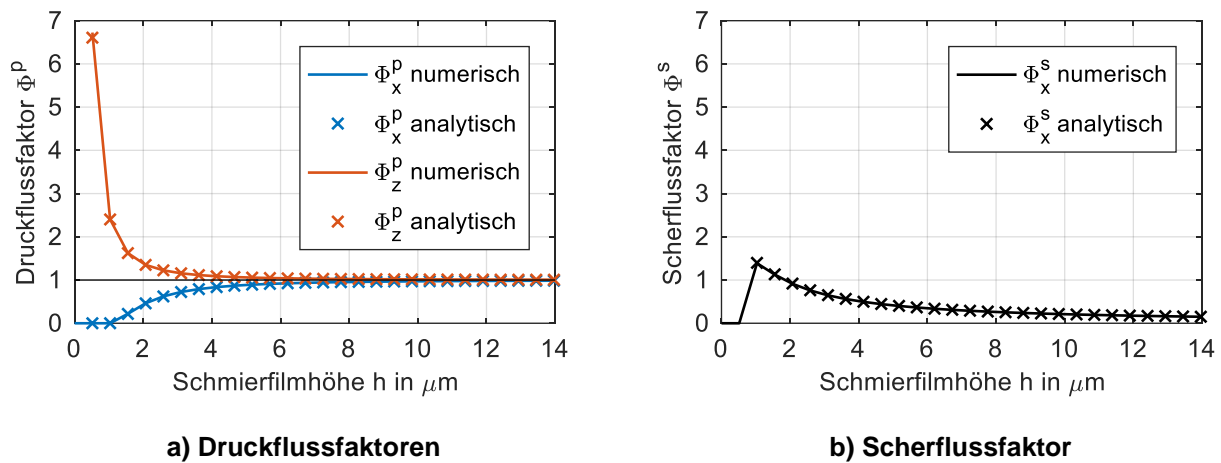


Abbildung 2.20: Vergleich der numerisch berechneten a) Druckflussfaktoren und b) Scherflussfaktor mit den analytischen Verläufen von *Lettaleur* [110]

Die Druckflussfaktoren Φ_x^p und Φ_z^p verlieren mit zunehmender Spalthöhe h immer weiter an Einfluss und streben gegen 1. Der Faktor Φ_z^p ist größer als 1 und begünstigt damit die Strömung in z -Richtung mit der Folge eines schlechteren hydrodynamischen Druckaufbaus. Dagegen ist Φ_x^p kleiner als 1, da die Strömung in x -Richtung von den Amplituden des sinusförmigen Oberflächenprofils behindert wird. Diese Eigenschaft ist typisch für Oberflächen, die eine Vorzugsrichtung besitzen und ist damit auch bei gedrehten Oberflächen zu finden. Da die Amplituden des Sinus $1 \mu\text{m}$ groß sind, wird der Volumenstrom in axialer Richtung bei Spaltweiten $h < 1 \mu\text{m}$ blockiert und der Druckflussfaktor Φ_x^p ist Null. Der Scherflussfaktor nähert sich für große Spalthöhen asymptotisch der Null an, so dass der zusätzliche Term auf der rechten Seite der Reynolds'schen Differenzialgleichung (2.61) wegfällt. Da die Strömung in x -Richtung bei Spaltweiten $h < 1 \mu\text{m}$ blockiert ist, ist der Scherflussfaktor ab dieser Grenze ebenfalls Null.

2.5.3 Einflussgrößen auf die Flussfaktoren

Die Größe der Flussfaktoren hängt insbesondere von dem Peklenik-Faktor γ und der quadratischen Mittenrauheit R_q der Oberfläche ab. So wird auf der linken Seite in Abbildung 2.21 der Peklenik-Faktor γ und auf der rechten Seite die quadratische Mittenrauheit R_q geändert. Die restlichen Oberflächenparameter bleiben konstant.

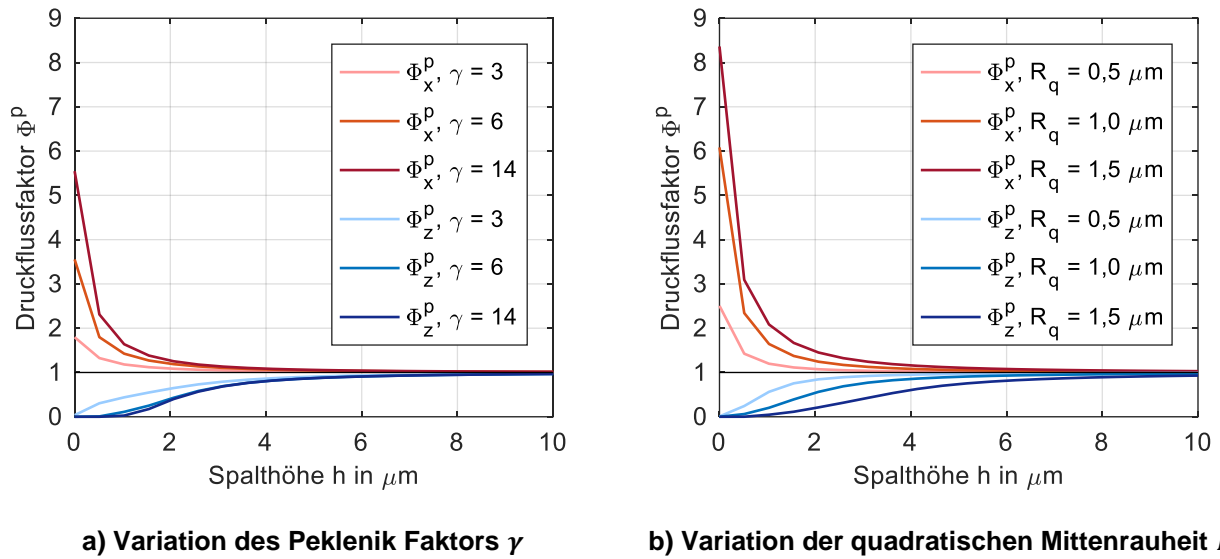


Abbildung 2.21: Verläufe der Flussfaktoren bei a) Variation des Peklenik Faktors γ , b) Variation der quadratischen Mittenrauheit R_q

Je größer der Peklenik-Faktor ist, desto größer wird der Einfluss der Druckflussfaktoren sowohl in Umfangs- als auch in axialer Richtung. So steigt der Druckflussfaktor in Umfangsrichtung Φ_x^p bei einem größeren Peklenik-Faktor, während der Druckflussfaktor in axialer Richtung Φ_z^p sinkt. Je weiter diese von 1 abweichen, desto größer sind die Rückwirkungen der Mikrogeometrie auf die hydrodynamische Strömung. Weiterhin nimmt der Einfluss der Flussfaktoren auf das hydrodynamische Strömungsverhalten mit steigender Oberflächenrauheit erwartungsgemäß zu. Dies bestätigt die Aussage in [64], dass erst ab einer Spalthöhe, die in der Größenordnung der quadratischen Mittenrauheit ist, die Oberflächenrauheit die statischen Lagerkennwerte beeinflusst.

Während der Scherflussfaktor ebenfalls mit der Oberflächenrauheit zunimmt, ergeben sich für unterschiedliche Peklenik-Faktoren die Verläufe aus dem Diagramm in Abbildung 2.22.

Lager mit Riefen in Umfangsrichtung $\gamma > 1$ können durch die Relativgeschwindigkeit der Bauteile den Schmierstoff nicht so gut in Drehrichtung transportieren wie Lager mit Riefen in Längsrichtung $\gamma < 1$. Damit gewinnt der Scherflussfaktor bei gedrehten Lagern mit kleiner werdendem Peklenik-Faktor an Einfluss. Weiterhin kann der Scherflussfaktor ein lokales Maximum besitzen, das mit der zunehmenden Anzahl an Kontaktstellen bei reduzierter Spaltweiten zu erklären ist. Werden die beiden Oberflächen zusammengeschoben, steigt der Scherflussfaktor an, da die zusätzlich

transportierte Menge durch die Verdrängungsströmung an den Rauheitsspitzen im Bezug auf die gesamte Poiseuilleströmung stärker ins Gewicht fällt. Mit fallender Spalthöhe nehmen jedoch auch die Kontaktstellen zu und ein immer kleiner werdender hydrodynamischer Bereich ist an der Verdrängungsströmung beteiligt, so dass der Scherflussfaktor sinkt.

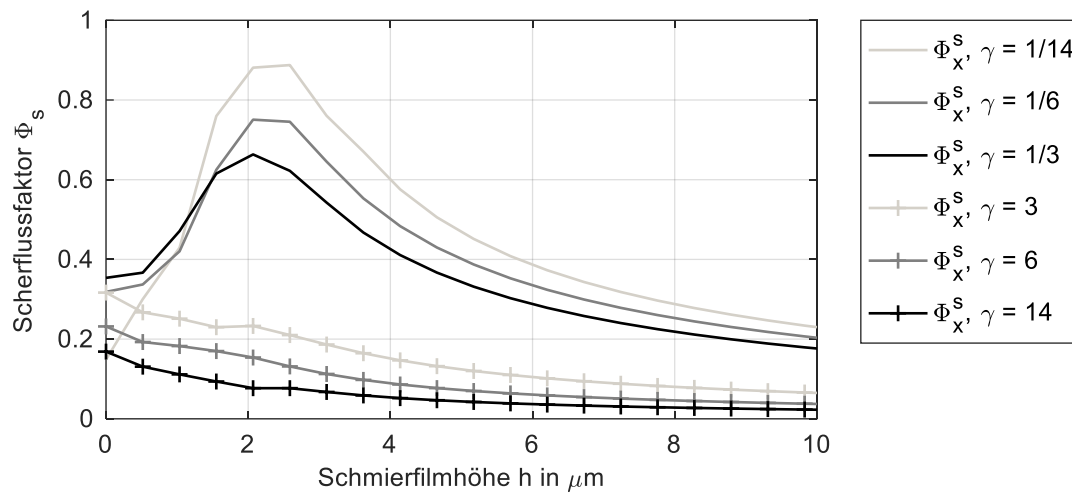


Abbildung 2.22: Einfluss der Korrelationslänge S_{ax} auf den Verlauf des Scherflussfaktors

Diese Ergebnisse decken sich mit den Studien in [25], [76], [106], [107] oder [112], so dass gemeinsam mit den Ergebnissen aus Kapitel 2.5.2 der Algorithmus zur Berechnung der Flussfaktoren verifiziert werden konnte.

2.5.4 Berechnung der Schubspannungsfaktoren

Neben dem hydrodynamischen Druck p_{hyd} wird auch die hydrodynamische Schubspannung τ_{hyd} von der Mikrogeometrie der Oberflächen beeinflusst. Die Schubspannung ist verantwortlich für die Flüssigkeitsreibung im Schmierpalt und beeinflusst damit die Temperaturentwicklung und die Verlustleistung des Lagers maßgeblich. Die Berechnung von τ_{hyd} erfolgt über den Newton'schen Schubspannungsansatz aus dem Schergefälle $\dot{\gamma}$ und der Viskosität des Schmierstoffs η .

$$\tau_{hyd} = \eta \cdot \dot{\gamma} \quad (2.72)$$

Für isoviskose Strömungen ergeben sich die hydrodynamischen Schubspannungen in x - und z -Richtung, indem die Strömungsgeschwindigkeiten aus Gleichung (2.43) in die Beziehung (2.72) eingesetzt werden.

$$\tau_{hyd,x}(y) = \eta \cdot \frac{\partial u(y)}{\partial y} = \frac{\partial p_{hyd}}{\partial x} \cdot \left(y - \frac{h_\delta}{2}\right) + \eta \frac{U_2 - U_1}{h_\delta} \quad (2.73)$$

$$\tau_{hyd,z}(y) = \eta \cdot \frac{\partial w(y)}{\partial y} = \frac{\partial p_{hyd}}{\partial z} \cdot \left(y - \frac{h_\delta}{2}\right)$$

Patir & Cheng [107] erweitern diese Gleichungen um drei Schubspannungsfaktoren Φ_x^{fp} , Φ_z^{fp} und Φ_x^{fs} .

$$\bar{\tau}_{hyd,x}(y) = \Phi_x^{fp} \cdot \frac{\partial p_{hyd}}{\partial x} \cdot \left(y - \frac{h}{2}\right) + \Phi_x^{fs} \cdot \eta \frac{U_2 - U_1}{h} \quad (2.74)$$

$$\bar{\tau}_{hyd,z}(y) = \Phi_z^{fp} \cdot \frac{\partial p_{hyd}}{\partial z} \cdot \left(y - \frac{h}{2}\right)$$

Zur Bestimmung der einzelnen Faktoren werden ebenfalls die Randbedingungen aus Tabelle 2.2 und Tabelle 2.3 verwendet, wobei jedoch nicht das Verhältnis der Volumenströme sondern dasjenige der Schubspannungen aus Gleichung (2.73) und (2.74) verwendet. Auf diese Weise ergeben sich die Schubspannungsfaktoren zu:

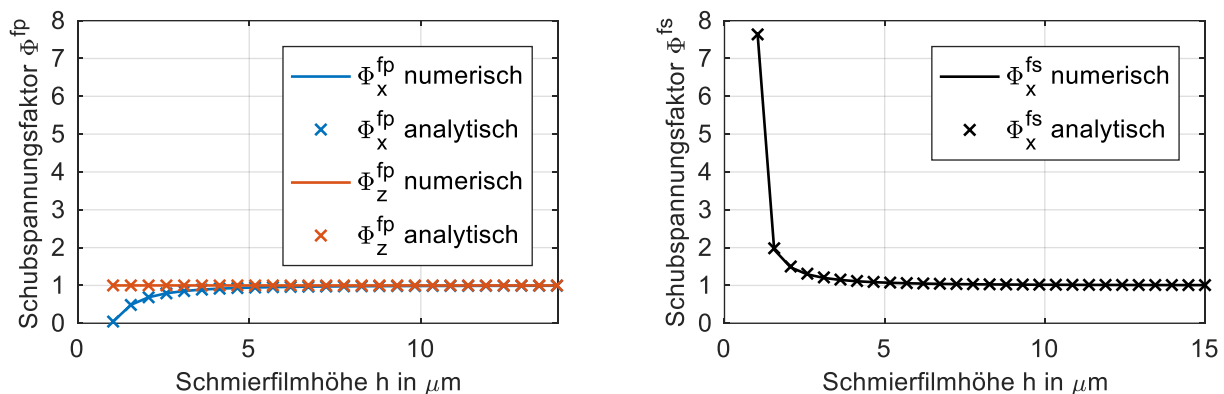
$$\Phi_{x,z}^{fp} = \frac{\frac{1}{L_x L_z} \int_0^{L_x} \int_0^{L_z} \frac{\partial p}{\partial x} h_\delta \, dx dz}{(p_A - p_B) \cdot h} \quad (2.75)$$

$$\Phi_x^{fs} = \frac{\frac{1}{L_x L_z} \int_0^{L_x} \int_0^{L_z} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h_\delta}{2} - \eta \frac{U_s}{h_\delta} \, dx dz}{-\eta \frac{U_s}{h}} \quad (2.76)$$

Lettaleur [110] ermittelt für die sinusförmige Oberfläche aus Abbildung 2.19 auch für die Schubspannungsfaktoren analytische Gleichungen deren Verlauf gemeinsam mit den numerischen in der Abbildung 2.23 dargestellt ist.

Die Schubspannungsfaktoren der Druckströmung Φ^{fp} erfassen die Änderung des Druckgradienten aufgrund der Rauheiten und sind immer positiv. Mit zunehmender Spalthöhe verlaufen sie asymptotisch gegen 1 und verlieren an Einfluss. Demnach reduzieren die Schubspannungsfaktoren der Druckströmung immer die hydrodynamische Schubspannung. Der Schubspannungsfaktor in z -Richtung Φ_z^{fp} ist 1, da die Spalthöhe in axialer Richtung konstant bleibt. Der Schubspannungsfaktor der Scherströmung Φ^{fs} verläuft ähnlich wie der Scherflussfaktor. Gerade bei sehr kleinen Spalthöhen können die Fertigungsriefen in Umfangsrichtung die hydrodynamische Schubspannung stark beeinflussen und der Reibungskoeffizient steigt an. Dies

bestätigen auch experimentelle Untersuchungen des Reibungskoeffizienten für Gleitlager mit Mikrostrukturen, z. B. [115] oder [116].



a) Schubspannungsfaktor aus Druckströmung

b) Schubspannungsfaktor aus Scherströmung

Abbildung 2.23: Vergleich der numerisch berechneten Schubspannungsfaktoren aus der a) Druckströmung und b) Scherströmung mit den analytischen Verläufen von Lettaleur [110]

2.6 Einfluss der Mischreibung auf die Temperaturverteilung im Gleitlager

Im Schmierspalt erzeugen die Flüssigkeitsreibung und gegebenenfalls die Festkörperreibung Dissipation und führen zu einem Temperaturanstieg im Lager. Da die Viskosität des Schmierstoffs stark temperaturabhängig ist, besitzt die Temperatur damit erhebliche Rückwirkungen auf das Betriebsverhalten. Mit steigender Temperatur sinkt die Viskosität des Schmierstoffs und damit die Tragfähigkeit des Gleitlagers, so dass die minimale Spalthöhe reduziert wird. Weiterhin erwärmen sich aufgrund der Temperaturentwicklung im Schmierstoff der Bolzen und der Planet und dehnen sich thermisch aus. Dadurch kann sich im Betrieb das effektive Lagerspiel ändern und es ergibt sich eine modifizierte Lagercharakteristik. Je nach konstruktiver Gestaltung der Lagerstelle sowie der verwendeten Materialpaarung kann die thermische Ausdehnung unter bestimmten Betriebsbedingungen das Lagerspiel vollständig reduzieren und eine Zerstörung des Gleitlagers durch thermisches Kneifen bewirken. Aus diesen Gründen ist eine genaue Berechnung der Temperaturverteilung für eine betriebssichere Auslegung erforderlich.

2.6.1 Aufbau des thermischen Gleichungssystems

Das thermische Lagermodell umfasst die Temperaturverteilung im Schmierspalt, im Planeten sowie im Bolzen. Für diese drei Komponenten werden separat Energie-

und Wärmeleitungsgleichungen aufgestellt, über Randbedingungen gekoppelt und in ein gemeinsames Gleichungssystem formuliert.

Schmierspalt

Zur Berechnung der Temperaturverteilung muss die Energiegleichung für den Schmierspalt aufgestellt werden. Diese lässt sich grundsätzlich in Wärmequellen und -senken einteilen. Zu den Wärmesenken zählen die Konvektion und Konduktion, während die Reibungsarbeit den Quellen zugeordnet wird. Weitere Wärmequellen wie die Volumenänderungs- und Verbrennungsarbeit sowie die Wärmestrahlung sind bei den thermophysikalischen Bedingungen in Gleitlagern vernachlässigbar [25]. Konvektion und Konduktion sind zwei Arten des Wärmetransports. Bei der Konvektion führt ein strömendes Fluid Wärme in Form von innerer Energie stoffgebunden mit sich. Dagegen wird bei der Konduktion kinetische Energie zwischen benachbarten Atomen oder Molekülen übertragen. Über diese Wärmeleitung kann auch ein Wärmetransport zwischen dem Schmierfilm und den Bauteilen stattfinden.

Die Drehzahldifferenz zwischen Planeten und Bolzen verursacht große Temperaturgradienten in Spalthöhenrichtung, so dass im Gegensatz zur Reynolds'schen Differenzialgleichung die Energiegleichung in allen drei Raumrichtungen formuliert wird [25].

$$\underbrace{c_p \rho \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right)}_{\text{Konvektion}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right)}_{\text{Konduktion}} + \underbrace{\Phi}_{\text{Reibung}} \quad (2.77)$$

Dabei ist c_p die spezifische Wärmekapazität und λ die Wärmeleitfähigkeit des Schmierstoffs. Durch Lösen der Reynolds'schen Differenzialgleichung sind mit der Druckverteilung auch die Strömungsgeschwindigkeiten u , v und w im Lager gemäß Gleichung (2.43) bekannt. Daher muss in der Energiegleichung nur noch der Dissipationsterm Φ bestimmt werden, um die Temperaturverteilung berechnen zu können.

Im Mischreibungsgebiet tritt neben der Flüssigkeitsreibung Φ_{hyd} die Festkörperreibung Φ_c als zusätzliche Wärmequelle auf.

$$\Phi = \Phi_{hyd} + \Phi_c \quad (2.78)$$

Im Dissipationsterm für den Schmierstoff Φ_{hyd} entfallen wie bei der Herleitung der Reynolds'schen Differenzialgleichung in Kapitel 2.4 die vernachlässigbar kleinen Geschwindigkeitsgefälle. Somit reduziert sich dieser zu:

$$\Phi_{hyd} = \eta \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]. \quad (2.79)$$

Der Dissipationsterm für den Festkörperkontakt Φ_c ergibt sich als Funktion des Reibungskoeffizienten μ_c , der Relativgeschwindigkeit zwischen den Bauteilen $|U_1 - U_2|$ und dem Festkörperkontaktdruck p_c .

$$\Phi_c = \frac{\partial}{\partial y} (\mu_c \cdot |U_1 - U_2| \cdot p_c) \quad (2.80)$$

Im Gleitlager können lokal stark unterschiedliche Strömungsgeschwindigkeiten auftreten, die dafür verantwortlich sind, dass ein bestimmter Mechanismus der Wärmeübertragung dominant ist. Dies hat zur Folge, dass sich der Grundtyp der partiellen Differentialgleichung 2. Ordnung (2.77) zwischen elliptisch und hyperbolisch ändert und unterschiedliche Diskretisierungsverfahren zur numerisch stabilen Lösung benutzt werden müssen. *Patankar* [120] entwickelte ein hybrides Differenzenschema und führt dazu eine Peclet-Zahl ein, die das Verhältnis zwischen Konvektion und Konduktion darstellt. Überschreitet die Peclet-Zahl betragsmäßig den Wert 2, dominiert die Konvektion und die konduktiven Terme werden zu Null gesetzt. Die Approximation der hyperbolischen partiellen Differentialgleichung erfolgt dann durch das Aufwindschema. Anderenfalls wird die Gleichung mit Hilfe des Zentraldifferenzenschemas numerisch angenähert.

Bolzen

Für den Planetenbolzen fallen im Vergleich zum Schmierfilm die konvektiven Terme weg, so dass sich die Wärmeleitungsgleichung in Zylinderkoordinaten ergibt:

$$c_B \rho_B \frac{\partial T_B}{\partial t} = \lambda_B \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_B}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T_B}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_B}{\partial z^2} \right) \quad (2.81)$$

Für den stationären Fall ist die linke Seite des Gleichungssystems Null.

Planet

Die Wärmeleitungsgleichung für den rotierenden Planeten kann auf zwei Dimensionen reduziert werden. In Umfangsrichtung wird aufgrund einer ausreichend hohen Rotationsgeschwindigkeit von einer Vergleichmäßigung des Temperaturprofils ausgegangen.

$$c_P \rho_P \frac{\partial T_P}{\partial t} = \lambda_P \left(\lambda_P \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_P}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T_P}{\partial z^2} \right) \right) \quad (2.82)$$

Für die Implementierung werden die Energiegleichung für den Schmierfilm (2.77) und die Wärmeleitungsgleichungen des Bolzen (2.81) und des Planeten (2.82) in dimensionslose Form überführt, vgl. [55] oder [60].

2.6.2 Randbedingungen des thermischen Lagermodells

Zur eindeutigen Lösung des gesamten Gleichungssystems für die Temperaturberechnung werden Randbedingungen an den Systemgrenzen und Übergangsbedingungen benötigt.

Randbedingungen für die Wärmeleitungsgleichungen

Für die Außenflächen des Planeten mit dem Radius R_a werden Wärmeübergangskoeffizienten $\alpha_{P,r}$ zur Umgebung mit der Temperatur $T_{U,r}$ definiert und ein kontinuierlicher Wärmestrom gefordert.

$$\lambda_P \cdot \frac{\partial T_P(z, r = R_a)}{\partial r} = \alpha_{P,r} \cdot (T_{U,r} - T_P(z, r = R_a)) \quad (2.83)$$

In axialer Richtung wird für den Planeten P und den Bolzen B analog vorgegangen.

$$\text{Vorne } z = 0: \quad \lambda_P \cdot \frac{\partial T_P(z = 0, r)}{\partial z} = \alpha_{P,ax} \cdot (T_{U,ax} - T_P(z = 0, r)) \quad (2.84)$$

$$\lambda_B \cdot \frac{\partial T_B(\varphi, z = 0, r)}{\partial z} = \alpha_{B,ax} \cdot (T_{U,ax} - T_B(\varphi, z = 0, r)) \quad (2.85)$$

$$\text{Hinten } z = B: \quad \lambda_P \cdot \frac{\partial T_P(z = B, r)}{\partial z} = \alpha_{P,ax} \cdot (T_{U,ax} - T_P(z = B, r)) \quad (2.86)$$

$$\lambda_B \cdot \frac{\partial T_B(\varphi, z = B, r)}{\partial z} = \alpha_{B,ax} \cdot (T_{U,ax} - T_B(\varphi, z = B, r)) \quad (2.87)$$

Bei den untersuchten Bolzen handelt es sich um massive Bauteile, so dass kein Wärmefluss über ihre Mittelachse erfolgt.

$$\lambda_B \cdot \frac{\partial T_B(\varphi, z, r = 0)}{\partial z} = 0 \quad (2.88)$$

Entsprechend der 2π -Periodizität der Druckverteilung zeigt die Temperatur in vollum-schlossenen Lagern ebenfalls diese Eigenschaft. Daher gilt für den Bolzen:

$$T_B(\varphi, z, r) = T_B(\varphi + 2\pi, z, r), \quad \frac{\partial T_B(\varphi, z, r)}{\partial \varphi} = \frac{\partial T_B(\varphi + 2\pi, z, r)}{\partial \varphi} = 0 \quad (2.89)$$

Randbedingungen für den Schmierfilm

Weiterhin wird für den Schmierfilm an den axialen Lagerrändern eine Ausflussrand-bedingung nach [120] definiert und das Temperaturgefälle zu Null gesetzt.

$$\text{Vorne } z = 0: \quad \frac{\partial T_S(\varphi, z = 0, y)}{\partial z} = 0 \quad (2.90)$$

$$\text{Hinten } z = B: \quad \frac{\partial T_S(\varphi, z = B, y)}{\partial z} = 0 \quad (2.91)$$

Die Zuführtemperatur in den hydrostatischen Taschen wird über das thermische Ta-schenmischungsmodell [51] berechnet. Auch im Schmierfilm wird die 2π -Periodizität beachtet:

$$T(\varphi, z, y) = T(\varphi + 2\pi, z, y), \quad \frac{\partial T(\varphi, z, y)}{\partial \varphi} = \frac{\partial T(\varphi + 2\pi, z, y)}{\partial \varphi} = 0 \quad (2.92)$$

Übergangsbedingungen zwischen Schmierfilm und Festkörper

Neben den Randbedingungen müssen Übergangsbedingungen zwischen dem Schmierfilm und den Bauteilen festgelegt werden. Zur Erfassung der zusätzlichen Dissipation aufgrund der Festkörperreibung wird für die numerische Umsetzung das Ersatzmodell aus Abbildung 2.24 verwendet.

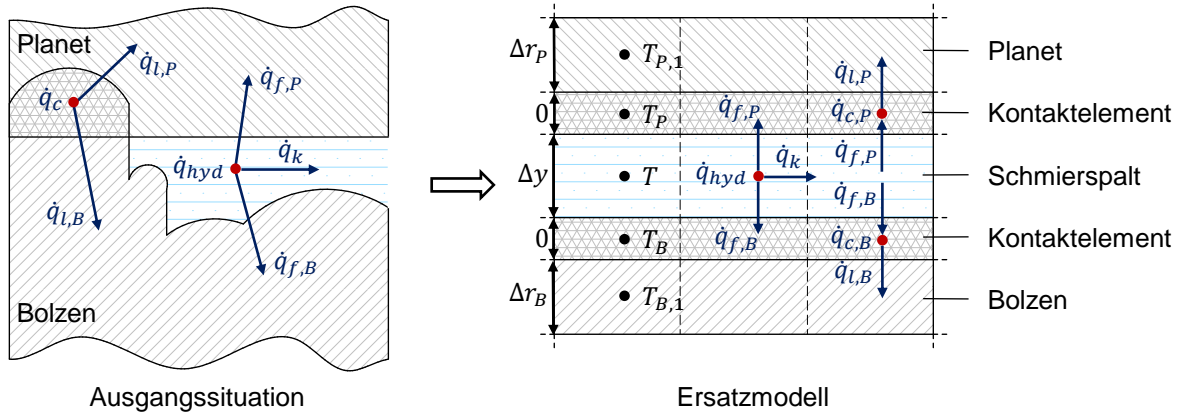


Abbildung 2.24: Wärmebilanz im Mischreibungsgebiet.

Im Mischreibungsgebiet eines Gleitlagers wird die Dissipation, die durch die spezifische Reibungsarbeit der Flüssigkeit \dot{q}_{hyd} und der Festkörper \dot{q}_c entsteht, durch Wärmeleitung in die Kontaktkörper \dot{q}_l und \dot{q}_f und Konvektion mit dem Ölstrom \dot{q}_k abtransportiert.

Im Ersatzmodell sind die Bauteile jeweils durch den Schmierspalt voneinander getrennt. An den Übergängen zwischen dem Schmierspalt und den Bauteilen befinden sich jeweils Kontaktelemente, die keine Ausdehnung in radialer Richtung besitzen. Genau in diesen Kontaktelementen findet die Festkörperdissipation \dot{q}_c statt, die mit Hilfe des Verhältnisses der Wärmeleitfähigkeiten λ auf den Planeten und den Bolzen aufgeteilt wird.

$$\dot{q}_{c,P} = \frac{\lambda_P}{\lambda_P + \lambda_B} \cdot \dot{q}_c \quad \text{und} \quad \dot{q}_{c,B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_P + \lambda_B} \cdot \dot{q}_c \quad (2.93)$$

Zur Sicherstellung eines kontinuierlichen Wärmeflusses zwischen dem Schmierstoff und den einzelnen Bauteilen können für das Ersatzmodell die folgenden Wärmebilanzen aufgestellt werden.

$$\text{Schmierspalt: } \dot{q}_{f,B} + \dot{q}_{f,P} + \dot{q}_k = \dot{q}_{hyd} \quad (2.94)$$

$$\text{Planet: } \dot{q}_{l,P} - \dot{q}_{f,P} = \dot{q}_{c,P} \quad (2.95)$$

$$\text{Bolzen: } \dot{q}_{l,B} - \dot{q}_{f,B} = \dot{q}_{c,B} \quad (2.96)$$

$$\text{Ersatzmodell: } \dot{q}_{l,B} + \dot{q}_{l,P} + \dot{q}_k = \dot{q}_{hyd} + \dot{q}_{c,P} + \dot{q}_{c,B} \quad (2.97)$$

Da die Kontaktelemente keine Ausdehnung in radialer Richtung besitzen, existieren in diesen keine Wärmeströme in Umfangs- oder axialer Richtung. Im Vergleich zum hydrodynamischen Fall, müssen folglich die Festkörperdissipationen $\dot{q}_{c,P}$ und $\dot{q}_{c,B}$ in das Gleichungssystem zur Berechnung der Temperaturen implementiert werden. Die Summe der Wärmeströme in das Kontaktelement muss daher der spezifischen Reibarbeit entsprechen.

$$\text{Planet: } \lambda_P \cdot \frac{T_P - T_{P,1}}{\frac{\Delta r_P}{2}} + \lambda \cdot \frac{T - T_P}{\frac{\Delta y}{2}} = \frac{\lambda_P}{\lambda_P + \lambda_B} \cdot \mu_c \cdot |U_1 - U_2| \cdot p_c \quad (2.98)$$

$$\text{Bolzen: } \lambda_B \cdot \frac{T_B - T_{B,1}}{\frac{\Delta r_B}{2}} + \lambda \cdot \frac{T - T_B}{\frac{\Delta y}{2}} = \frac{\lambda_B}{\lambda_P + \lambda_B} \cdot \mu_c \cdot |U_1 - U_2| \cdot p_c \quad (2.99)$$

Weiterführende Informationen zur Lösung des thermischen Lager- und Ölzuführungsmodell sind in [51], [55] und [60] zu finden.

3 Verschleißmodellierung

Verschleiß beschreibt den fortschreitenden Materialverlust aus der Oberfläche eines festen Körpers, der durch tribologische Beanspruchungen ausgelöst wird [63], und ist eine häufige Ursache für den vorzeitigen Ausfall von Maschinen. Daher soll dieser in den meisten technischen Anwendungen minimiert werden. In Gleitlagern entsteht im Mischreibungsgebiet aufgrund der Festkörperreibung ein lokaler Materialabtrag h_w , der die Spalthöhe h in der Lastzone vergrößert.

$$h_{neu} = h + h_w \quad (3.1)$$

Bei unveränderlicher Wellenlage bewirkt der Verschleiß einerseits eine Abnahme des Festkörperdrucks, da dieser bei größer werdenden Spalthöhen gemäß Abbildung 2.12 abnimmt. Andererseits ändert sich die hydrodynamische Druckverteilung, wenn die neue Spalthöhe h_{neu} in die Reynolds'sche Differenzialgleichung (2.49) eingesetzt wird. Aus diesem Grund kann der Materialabtrag erhebliche Rückwirkungen auf das Betriebsverhalten von Gleitlagern haben und sollte möglichst gut vorhersagbar sein.

3.1 Grundlegende Zusammenhänge zum Auftreten von Verschleiß

Generell werden vier verschiedene Verschleißarten anhand ihres physikalischen Mechanismus unterschieden [81].

- Abrasiver Verschleiß: Beim Kontakt zweier Körper mit wesentlich unterschiedlicher Härte dringen die Rauheitsspitzen des härteren Materials in das weichere ein und tragen Partikel daraus ab.
- Adhäsiver Verschleiß: Beim Kontakt zweier Körper mit ähnlicher Härte kommt es zum Zusammenschweißen von Mikrorauigkeiten durch atomare Bindungen. Beim anschließenden Trennen werden Verschleißteilchen herausgelöst.
- Oberflächenzerrüttung/
-ermüdung: Durch mehrmalige, wechselnde Beanspruchungen entstehen Mikrorisse, die mit der Zeit wachsen und zum Verschleiß führen.
- Korrosiver Verschleiß: Die Oberflächen werden im Kontakt durch chemische Prozesse modifiziert und anschließend werden Verschleißpartikel abgetragen.

Zum Vergleich tribologischer Systeme hinsichtlich ihrer Verschleißbeständigkeit wird standardmäßig der Verschleißkoeffizient bzw. die Verschleißrate k verwendet.

$$k = \frac{V_w}{F_c \cdot s} \quad \text{Einheit:} \quad \left[\frac{\text{mm}^3}{\text{J}} \right] \quad (3.2)$$

Diese Kenngröße ist damit ein Proportionalitätsfaktor zwischen dem Verschleißvolumen V_w und der in das System eingebrachten Arbeit, die sich aus dem Produkt zwischen der Last F_c und Weg s ergibt. Damit beschreibt die Verschleißrate die benötigte Energie, um 1 mm^3 Verschleiß zu erzeugen. Diese Grundgleichung basiert auf dem Verschleißmodell von *Archard* [123], [124], das in Kapitel 3.2.1 genauer beschrieben wird.

Verschleiß ist keine geometrie- oder stoffspezifische Eigenschaft wie z. B. die Dichte oder die Rauheit, sondern eine Systemeigenschaft. So müssen bei der Ermittlung des Verschleißkoeffizienten immer beide Kontaktpartner und der Schmierstoff berücksichtigt werden, da die Verschleißrate von dem Material, den Schmierstoffeigenschaften und der Geometrie abhängig ist, [138]. Weiterhin kann ein aussagekräftiger Vergleich der Verschleißraten unterschiedlicher Materialpaarungen nur erfolgen, wenn diese für ähnliche Belastungskollektive (Last, Geschwindigkeit, Temperatur, Dauer) und Verschleißmechanismen bestimmt wurden, vgl. [63], [123]. Aufgrund der Komplexität der Verschleißprozesse ist eine experimentelle Bestimmung unter reproduzierbaren Bedingungen notwendig, um die Verschleißrate verlässlich zu bestimmen. Im Kapitel 3.3 wird daher näher auf die Durchführung und Auswertung von Stift-Scheibe Tribometerversuchen eingegangen, die hierfür herangezogen werden können. Im Allgemeinen bewegen sich die gemessenen Verschleißkoeffizienten je nach Prüfbedingungen (geschmiert, trocken) in einem Bereich von $10^{-15} \text{ mm}^3/\text{J}$ bis $10^{-1} \text{ mm}^3/\text{J}$, vgl. [123], [124], [125], [126].

3.2 Verschleißmodelle

In der Literatur existieren zahlreiche Verschleißmodelle, die in Abhängigkeit des dominanten Verschleißmechanismus, der Belastungsart und den zur Verfügung stehenden Messdaten entwickelt wurden. *Meng* [135], [136] schlägt die Unterteilung der Verschleißmodelle in empirische und theoretische Ansätze gemäß Abbildung 3.1 vor.

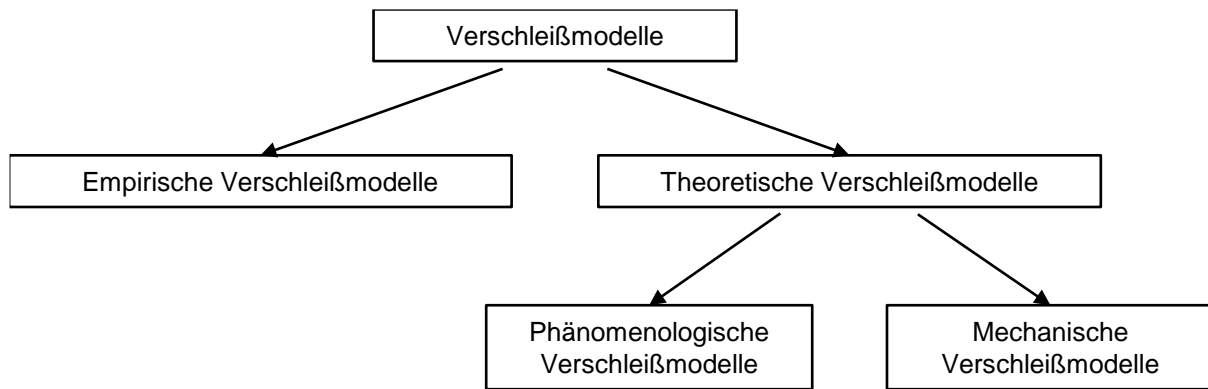


Abbildung 3.1: Einteilung der Verschleißmodelle nach [135].

Die empirischen Ansätze sind sehr spezifisch und erlauben generell nur für einzelne Anwendungen bei bestimmten Randbedingungen eine zuverlässige Vorhersage der Verschleißmenge. In ihrem Gültigkeitsbereich sind sie den theoretischen Modellen meist überlegen, können aber darüber hinaus nicht eingesetzt werden. Aus diesem Grund werden sie in dieser Arbeit nicht weiter berücksichtigt.

Die phänomenologischen Modelle basieren meist auf Beobachtungen, dass ein bestimmter Parameter wie die Normalkraft oder eine Materialeigenschaft wie der E-Modul oder die Härte die Verschleißmenge entscheidend beeinflusst. Die mechanischen Verschleißmodelle basieren auf den physikalischen Grundlagen der Kontaktmechanik oder Thermodynamik und beschreiben das gesamte tribologische System.

Die Aussagegüte des letztendlich verwendeten Modells hängt weiterhin maßgeblich von der Qualität der experimentell bestimmten Verschleißkennzahlen ab. In den nachfolgenden Kapiteln werden das weitverbreitete phänomenologische Verschleißmodell von *Archard* und das mechanische Verschleißmodell von *Fleischer* genauer vorgestellt, die beide mit relativ wenigen Parametern eine Verschleißvorhersage vornehmen.

3.2.1 Verschleißmodell nach Archard

Archard [123], [124] entwickelte mit Hilfe von Experimenten ein Modell für adhäsive Verschleißmechanismen, in dem das Verschleißvolumen von dem Reibweg s , der Normalkraft F_c , der Härte des weicheren Materials H und dem Proportionalitätsfaktor K abhängt.

$$V_w = K \cdot \frac{F_c \cdot s}{H} \quad (3.3)$$

Archard fasst die dimensionslose Größe K als eine Wahrscheinlichkeit auf, mit der ein Verschleißpartikel an einer einzelnen Kontaktstelle entsteht. So stellt er in experimentellen Untersuchungen fest, dass zwischen dem Faktor K und der Normalkraft F_c ein linearer Zusammenhang besteht.

Die gesamte Verschleißmenge hängt maßgeblich von der Betriebsdauer ab. Wird das Modell zur Berechnung der Verschleißmenge in Gleitlagern herangezogen, ist zu beachten, dass ab dem ersten Festkörperkontakt der Verschleißprozess einsetzt. Dieser bewirkt eine lokale Vergrößerung des Spaltes und führt somit zu einem Abbau des maximalen Festkörperdrucks p_c bzw. der Normalkraft F_c . Die zeitliche Abhängigkeit der Normalkraft F_c bewirkt damit auch eine zeitliche Abhängigkeit des Verschleißkoeffizienten K , da diese Größen voneinander abhängig sind, z. B. [124]. Wird für die hier betrachteten Planetenradlageranwendungen wird in Gleichung (3.3) zusätzlich der Reibweg durch das Produkt der Umfangsgeschwindigkeit des Planeten U_2 und der Dauer des analysierten Betriebspunkts t ersetzt, so ergibt sich:

$$V_w(t) = \frac{U_2 \int_{t=0}^{t_{BP}} K(t) \cdot F_c(t) dt}{H} \quad (3.4)$$

Der Gesamtverschleiß folgt also aus dem über der Zeit integrierten Produkt aus der Normalkraft $F_c(t)$ und dem Verschleißkoeffizienten $K(t)$. Bei einem homogenen Gefüge des Lagermaterials und einer hinreichend kleinen Verschleißhöhe kann die Härte der Laufschrift als zeitlich konstant betrachtet werden. Diese Annahme ermöglicht es, die Verschleißrate und die Härte in einem Koeffizienten zusammenzufassen $k(t) = K(t)/H$. Demnach ist keine explizite Bestimmung der Härte erforderlich, da diese über den neuen Verschleißkoeffizienten $k(t)$ berücksichtigt wird. Das Verschleißgesetz vereinfacht sich in diesem Fall zu:

$$V_w(t) = U_2 \int_{t=0}^{t_{BP}} k(t) \cdot F_c(t) dt \quad (3.5)$$

Bei der Berechnung der Verschleißmenge muss die Änderung des Festkörperdrucks aufgrund des Materialabtrags berücksichtigt werden. Um diese implizite Abhängigkeit zu erfassen, muss die Dauer des Betriebspunktes t_{BP} automatisch in kleinere Zeitschritte Δt_j unterteilt werden. Dies führt zu der Summenformel (3.6), mit der die Ver-

schleißhöhe h_w für jedes Kontrollvolumen i mit der Fläche ΔA nach einer bestimmten Betriebsdauer t_{BP} berechnet werden kann.

$$h_w(t_{BP}) = \frac{V_w(t_{BP})}{\Delta A} = \frac{U_2}{r\Delta\varphi\Delta z} \sum_{j=2}^n k \left(F_c(\varphi_i, z_i, t_{j-1}) \right) \cdot F_c(\varphi_i, z_i, t_{j-1}) \cdot (t_j - t_{j-1}) \quad (3.6)$$

$$\text{mit } t_{BP} = \sum_{j=2}^n (t_j - t_{j-1}) = \sum_{j=2}^n \Delta t_j$$

Somit wird der definierte Betriebspunkt mit der Dauer t_{BP} durch n Betriebspunkte mit der Dauer Δt_j ersetzt.

3.2.2 Energetisches Verschleißmodell nach Fleischer

Das Verschleißmodell von *Fleischer* [130]-[132] basiert auf den Voruntersuchungen von *Tross* [139] und beschreibt die Entstehung von Verschleißpartikeln als Folge eines Energieeintrags. Dazu teilt er die in das System eingebrachte Reibarbeit in Deformations- und Adhäsionsanteile auf. Da bei Gleitlagern ausschließlich geschmierte Kontakte auftreten, verhindern die Schmierfilmmoleküle die Bildung von Stoffbindungen erheblich, so dass die adhäsiven Anteile vernachlässigt werden können. Bei jedem Kontakt der Rauheitsspitzen wird ein Energieimpuls in die Reibkörper eingeleitet, der alleine jedoch zu gering ist, um einen Verschleißvorgang auszulösen. *Fleischer* stellt nun für diese einzelnen Impulse eine Energiespeicherhypothese auf, in der ein Teil der Reibungsenergie durch irreversible Prozesse wie plastische Deformationen akkumuliert wird und der andere durch Schwingungen der Gittermoleküle in Form von elastischen Deformationen in Wärme dissipiert wird. Die Aufteilung in reversible und irreversible Prozesse erfolgt mit Hilfe der systemspezifischen Akkumulationszahl, die experimentell [140] bestimmt werden kann. Erst ab einer ausreichenden Anzahl an Kontaktereignissen überschreitet die Summe aller einzelnen Energieimpulse einen Grenzwert und der eigentliche Verschleiß setzt ein. Basierend auf dieser Schadensakkumulation formuliert *Fleischer* sein Verschleißmodell mit Hilfe der scheinbaren Energiedichte e_R^* .

$$V_w = \frac{W_R}{e_R^*} = \frac{F_R \cdot s}{e_R^*} \quad (3.7)$$

Das Verschleißvolumen ergibt sich aus der gesamten Reibarbeit W_R aller Einzelkontakte und der scheinbaren Energiedichte bzw. verschleißspezifischen Reibarbeit e_R^* , die experimentell für das gesamte System bestimmt werden muss. Zur Berechnung der Verschleißhöhe h_w kann zunächst die Reibkraft F_R durch Integration der Reibschubspannungen τ_c über der Fläche eines Kontrollvolumens ΔA gewonnen werden.

$$h_w(t) = \frac{V_w(t)}{\Delta A} = \frac{U_2 \int_{t=0}^{\hat{t}} \frac{F_R(t)}{e_R^*(t)} dt}{rd\varphi dz} = \frac{U_2 \int_{t=0}^{\hat{t}} \frac{1}{e_R^*(t)} \int_A \tau_c(t) rd\varphi dz dt}{rd\varphi dz} \quad (3.8)$$

Die Reibschubspannungen τ_c ergeben sich wiederum aus dem Reibungskoeffizienten μ_c und dem im Vorfeld ermittelten Festkörperkontaktdruck p_c , siehe Kapitel 2.3.

$$h_w(t) = \frac{U_2 \int_{t=0}^{\hat{t}} \frac{\mu_c(t)}{e_R^*(t)} \int_{\Omega} p_c(t) rd\varphi dz dt}{rd\varphi dz} \quad (3.9)$$

Durch Diskretisierung der Gleichung (3.9) zur Berechnung der Verschleißhöhe für jedes Kontrollvolumen folgt die Beziehung:

$$h_w(t_{BP}) = \frac{V_w(t_{BP})}{\Delta A} = \frac{U_2}{r\Delta\varphi\Delta z} \sum_{j=2}^n \frac{\mu_c(F_c(\varphi_i, z_i, t_{j-1}))}{e_R^*(F_c(\varphi_i, z_i, t_{j-1}))} \cdot F_c(\varphi_i, z_i, t_{j-1}) \cdot (t_j - t_{j-1}) \quad (3.10)$$

$$\text{mit } t_{BP} = \sum_{j=2}^n (t_j - t_{j-1})$$

Abschließend sind in der Tabelle 3.1 einige typische Größenordnungen der verschleißspezifischen Reibungsarbeit für verschiedene Reibungszustände aufgeführt.

Tabelle 3.1: Reibungs- und Verschleißzustände mit Prozessparametern nach [130]

Reibungszustand	Verschleißspezifische Reibungsarbeit in $\frac{J}{mm^3}$
Hydrodynamische Flüssigkeitsreibung	$10^{10} \dots 10^7$
Elastohydrodynamische Flüssigkeitsreibung	$10^9 \dots 10^6$
Mischreibung	$10^6 \dots 10^4$
Festkörperreibung	$10^4 \dots 10^1$

Demnach weisen sehr hohe Werte auf einen nahezu verschleißfreien Reibungszustand hin, während bei kleinen Kennzahlen bereits wenig Reibungsenergie ausreicht, um nennenswerten Verschleiß zu erzeugen.

3.2.3 Numerische Implementierung der Verschleißmodelle

Alle benötigten Größen aus den Gleichungen (3.6) und (3.10) sind bekannt. Die Normalkraft F_c wurde bereits mit Hilfe des Halbraummodells von Boussinesq in Kapitel 2.3 berechnet und die Umfangsgeschwindigkeit des Planeten U_2 sowie die Dauer des analysierten Betriebspunkts t_{BP} sind vorgegeben. Die letzte Herausforderung besteht in einer sinnvollen und allgemeingültigen Aufteilung der Gesamtzeit t_{BP} in mehrere Zeitschritte Δt_j . Die numerische Umsetzung ähnelt der Methode von *Sander* [90]. Dieser definiert für jeden Iterationsschritt eine maximal zulässige Verschleißhöhe und berechnet daraus die einzelnen Zeitschritte. Bei diesem Vorgehen besteht jedoch die Gefahr, dass die erlaubte maximale Verschleißhöhe für die ersten Schritte zu groß ist und sich der Festkörperkontaktndruck zwischen zwei Zeitschritten zu stark ändert. Dies kann zu Instabilitäten führen und die Aussagegüte der Berechnung negativ beeinflussen. Ist die erlaubte maximale Verschleißhöhe dagegen zu gering, erfolgt eine Aufteilung in zu viele Betriebspunkte und die Effizienz des Algorithmus sinkt.

Daher wird im Gegensatz zu *Sander* [90] die maximale Verschleißhöhe $h_{w,max}$ für jeden Iterationsschritt mit Hilfe eines variablen Faktors C und der aktuellen minimalen Spalthöhe h_{min} über die folgende Beziehung berechnet:

$$h_{w,max_j} = C_j \cdot h_{min_j} \quad (3.11)$$

Die zugehörige Dauer kann dann aus dem Verschleißgesetz (3.6) berechnet werden, indem in dieses die maximal zulässige Verschleißhöhe $h_{w,max}$ eingesetzt wird und nach der Zeit Δt umgestellt wird.

$$(\Delta t)_j = \frac{r \Delta \varphi \Delta z \cdot h_{w,max_j}}{U_2 \cdot k \left(F_c(\varphi_i, z_i, t_{j-1}) \right) \cdot F_c(\varphi_i, z_i, t_{j-1})} \quad (3.12)$$

Zu Beginn der Verschleißrechnung treten die größten Festkörperkontaktndrücke auf, die sich wegen des exponentiellen Verlaufs der Krafteindringkurve bereits bei einer

geringen Vergrößerung der Spalthöhe gemäß Abbildung 2.12 sehr schnell abbauen. Daher wird zur Vermeidung zu großer Druckunterschiede zwischen zwei aufeinanderfolgenden Betriebspunkte der Startwert von C auf 0,05 gesetzt. Folglich ist der erste Zeitschritt sehr klein. Bliebe der Faktor C während der gesamten Simulation konstant, müssten sehr viele Betriebspunkte berechnet werden, bis die Gesamtzeit t_{BP} erreicht ist. Aus diesem Grund wird die Größe C nach jedem Iterationsschritt geändert.

$$C_j = \begin{cases} \left(1 - \frac{p_{c,j-1} - p_{c,j}}{p_{c,j-1}}\right) \cdot C_{j-1}, & \frac{p_{c,j-1} - p_{c,j}}{p_{c,j-1}} > 0,05 \\ \min(1,1 \cdot C_{j-1}, 1) & , \quad \frac{p_{c,j-1} - p_{c,j}}{p_{c,j-1}} \leq 0,05 \end{cases} \quad (3.13)$$

Nachdem das erste Mal die Spaltfunktion um die Verschleißhöhe aktualisiert wurde, wird die Änderung des Festkörperkontaktdrucks aufgrund des Materialabtrags berechnet. Ist diese größer als 5 %, wird der Faktor C reduziert. Andernfalls wird er gemäß Gleichung (3.13) erhöht. Durch diese Bedingungen sind die Zeitschritte nicht äquidistant, sondern progressiv ansteigend $\Delta t_{j+1} > \Delta t_j$. Damit wird die Dauer der Verschleißsimulation deutlich verkürzt und gleichzeitig eine hohe Zuverlässigkeit des Ergebnisses gewährleistet.

Da die Verschleißrate von der Größe des Festkörperkontaktdrucks abhängt, muss diese ebenfalls variabel sein. Zur weiteren Erläuterung wird in der Abbildung 3.3 der Verlauf der Spalthöhe h und des zugehörigen Festkörperkontaktdrucks p_c für ein kreiszylindrisches Lager dargestellt. Jedes diskrete Element i besitzt einen individuellen Kontaktdruck $p_{c,i}$ und damit auch eine eigene Verschleißrate k_i . Für eine exakte Implementierung der Gleichung (3.6) muss der Verschleißkoeffizient für alle Festkörperdrücke, die während des Betriebspunktes im Lager auftreten, bekannt sein. Demnach muss für die Materialpaarung und den entsprechenden Schmierstoff ein Kennfeld mit Verschleißraten für verschiedene Lastfälle erstellt werden. Dieses kann anschließend in das Gleitlagerberechnungsprogramm eingelesen und zur Verschleißberechnung verwendet werden.

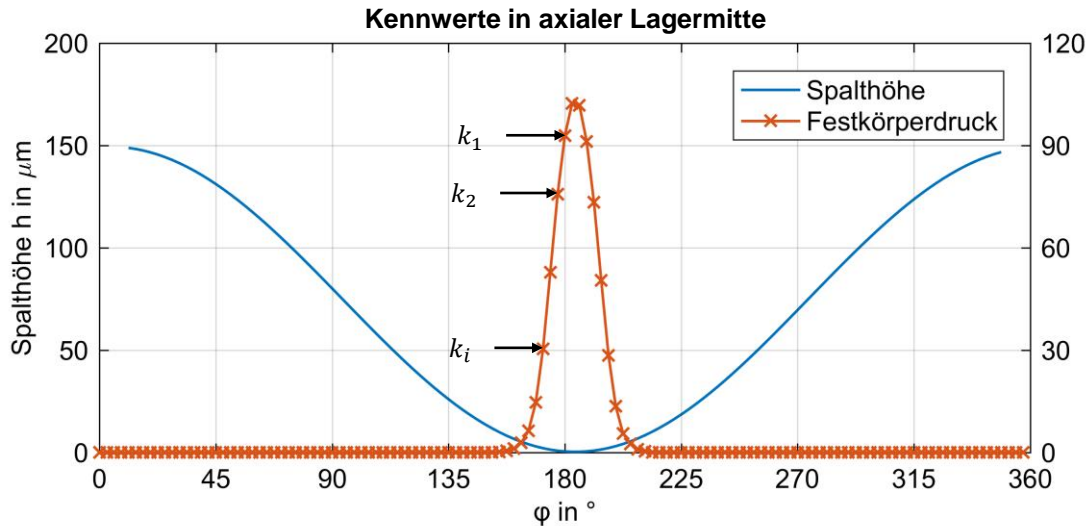


Abbildung 3.2: Verlauf des Festkörperdrucks und der Spalthöhe in einem kreiszylindrischen Lager

3.2.4 Vergleich der Verschleißmodelle

In Planetenradgleitlagern wird üblicherweise der Bolzen mit einem relativ weichen Material direkt beschichtet oder es wird eine Hülse aus dem Gleitwerkstoff auf diesen aufgeschraubt. Dagegen sind die Laufflächen im Zahnrad, das in der Fertigung aufwändiger und teurer als der Bolzen ist, meist gehärtet. Der Verschleiß entsteht damit primär am Bolzen, der bei einer Wartung des Getriebes kostengünstiger als das Zahnrad ausgetauscht werden kann. Daher sind die zu erwartenden Verschleißmechanismen in Planetenradgleitlagern vorwiegend abrasiver Verschleiß und langfristig Oberflächenzerrüttung. Das Modell von *Archard* [123], [124] wurde hingegen für adhäsive Verschleißvorgänge entwickelt, die hier einen untergeordneten Stellenwert besitzen. In der Tabelle 3.2 werden die beiden Verschleißmodelle miteinander verglichen.

Tabelle 3.2: Vergleich der Verschleißmodelle

	Archard	Fleischer
Gleichung:	$V_w(t) = U_2 \int_{t=0}^{\hat{t}} k(t) \cdot F_c(t) dt$	$V_w(t) = U_2 \int_{t=0}^{\hat{t}} \frac{\mu_c(t)}{e_R^*(t)} \int_{\Omega} p_c(t) r d\varphi dz dt$
Verschleißkennwert:	$k(t) = \frac{\partial V_w}{\partial (F_c \cdot s)}$	$e_R^*(t) = \frac{\partial (\mu_c \cdot F_c \cdot s)}{\partial V_w}, \quad \mu_c(t) = \frac{\partial F_R}{\partial F_c}$

In dem Modell von *Fleischer* [130]-[132] wird neben der verschleißspezifischen Reibarbeit e_R^* zusätzlich der Reibungskoeffizient μ_c des betrachteten Systems benötigt.

Dagegen fließt in das Modell nach *Archard* [123], [124] nur die Verschleißrate k ein. *Zum Gahr* [133] und *Rabinowicz* [134] berücksichtigen ebenfalls den Reibungskoeffizienten μ_c des tribologischen Systems und zeigen, dass die Verschleißmenge V_w bei der Abrasion von dem Neigungswinkel θ der abrasiv wirkenden Rauheitsspitze gemäß Gleichung (3.14) abhängt.

$$V_w(t) = U_2 \int_{t=0}^{\hat{t}} \overline{\tan \theta}(t) \cdot k(t) \cdot F_c(t) dt = U_2 \int_{t=0}^{\hat{t}} \mu_c(t) \cdot k(t) \cdot F_c(t) dt \quad (3.14)$$

Hierin ist $\overline{\tan \theta}$ der gewichtete Mittelwert der Neigungswinkel aller Mikrokontakte. Bei kleinen Angriffswinkeln θ überwiegt Mikroflügen, bei dem lediglich das weichere Material plastisch verformt wird. Mit wachsendem Winkel tritt Mikrospanen ein, bei dem Verschleißspäne aus dem Material herausgeschnitten werden. Die Abhängigkeit zwischen dem Neigungswinkel und dem Reibungskoeffizienten ist auch beim Drehprozess in der Zerspantechnik zu finden [18]. Aus diesem Grund erscheint es physikalisch sinnvoll, den Reibungskoeffizient in die Verschleißberechnung mit einzubeziehen.

Jedoch können letztendlich alle unbekannten Verschleißkennwerte aus Tabelle 3.2 zu einem einzigen Kennwert reduziert werden, der experimentell ermittelt wird. Dazu wird der Reibungskoeffizient als unabhängig von dem Verschleißvolumen angenommen, so dass Einlaufeffekte nicht berücksichtigt werden. So besteht folgender Zusammenhang zwischen dem Reibungskoeffizienten μ , der verschleißspezifischen Reibarbeit e_R^* und dem Verschleißkoeffizienten $k(t)$.

$$\frac{\mu(t)}{e_R^*(t)} = \frac{\mu_c(t)}{\frac{\mu_c(t) \cdot F_c(t) \cdot s}{V_w(t)}} = \frac{V_w(t)}{F_c(t) \cdot s} = k(t) \quad (3.15)$$

Folglich sind die Verschleißgesetze von *Archard* und *Fleischer* für diesen Anwendungsfall identisch. Bei der Auswertung der Stift-Scheibe-Versuche ergibt sich in beiden Gleichungen der gleiche Verschleißkoeffizient und es liegen keinerlei Unterschiede zwischen den Modellen vor.

3.3 Experimentelle Bestimmung der Verschleißkenngrößen

Die Qualität der experimentell bestimmten Verschleißkenngrößen besitzt eine direkte Rückwirkung auf die Aussagegüte der Verschleißmodelle, so dass eine reproduzier-

bare Versuchsdurchführung sehr wichtig ist. Da die Parameter sowohl von der Drehzahl als auch der Last abhängen, z. B. [123], [132], [141], muss für das tribologische System ein Kennfeld bei unterschiedlichen Betriebsbedingungen erstellt werden. Dieses umfasst mehrere Kombinationen aus der Umfangsgeschwindigkeit und dem Normaldruck, die in dieser Größenordnung auch im Gleitlager auftreten.

Versuchsaufbau

Die Ermittlung der Kennwerte erfolgt an einem Stift-Scheibe Prüfstand, dessen schematischer Aufbau in Abbildung 3.3 gezeigt ist.

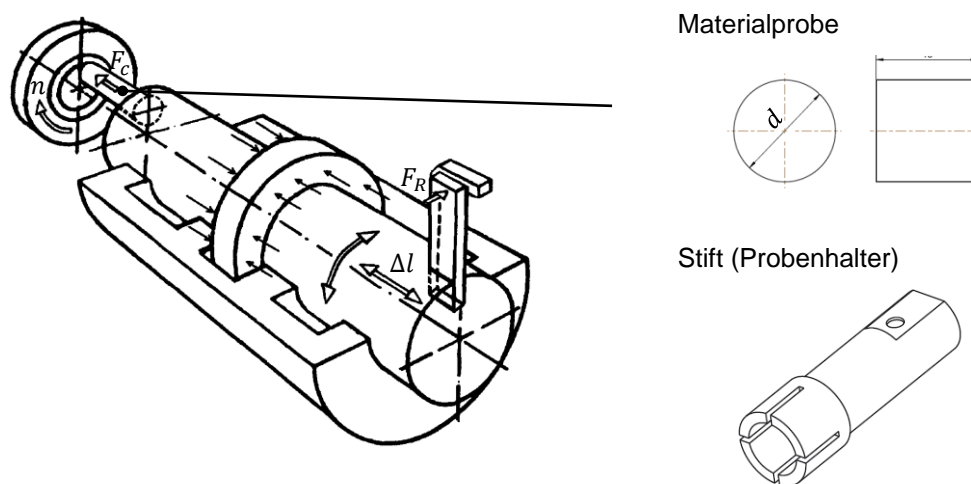


Abbildung 3.3: Schematischer Aufbau des Stift-Scheibe-Prüfstands

Aus dem Gleitlager wird eine zylindrische Materialprobe mit einem Durchmesser von $d = 8 \text{ mm}$ herausgeschnitten und in den Probenhalter eingespannt. Dieser wird gegen die rotierende Scheibe gedrückt, die aus dem harten Material des Kontaktpartners besteht. Für eine möglichst getreue Nachbildung des Gleitlagers wird der Stift-Scheibe Versuch mit einer kontinuierlichen Umlaufschmierung durchgeführt, wobei mit Hilfe von Temperatursensoren darauf geachtet wird, dass die Schmierstofftemperatur der erwarteten Temperatur im Lager entspricht. Auf diese Weise wird das tribologische System des Gleitlagers in einem einfachen und schnell durchführbaren Versuch nachgebildet. Der größte Unterschied besteht in der Art des Kontaktbereichs. Während die Oberflächen der Materialprobe und der Scheibe planar sind, sind die Oberflächen im Gleitlager gewölbt. Die nachfolgenden Betrachtungen werden exemplarisch an einer Kupfer-Zinn Legierung (HCuSn8313/6-1) vorgenommen, die auch in den späteren Lagerversuchen in Kapitel 5 eingesetzt wird.

Versuchsdurchführung

Nach Montage des Stifts und der Materialprobe und Kalibrierung der Wegsensoren, wird die Scheibe mit dem Schmierstoff benetzt und der Stift mit der vorgegeben Kraft gegen diese gedrückt. Die Scheibe beginnt daraufhin zu rotieren. Während des gesamten Versuchs wird mittels eines Wegsensors die Verschleißhöhe Δl an der Materialprobe gemessen. Weiterhin wird über eine Drehmomentenmesswelle das Reaktionsmoment erfasst, aus dem die Reibkraft F_R resultiert. Der Versuch wird beendet, wenn eine Verschleißhöhe von $100\text{ }\mu\text{m}$ überschritten wurde oder die Dauer des Experiments größer als 2 h ist. Damit sind alle Werte zur Berechnung der Verschleißkoeffizienten vorhanden. Die durchgeführten Drehzahl- und Lastkombinationen sind in der Tabelle 3.3 aufgelistet.

Versuchsauswertung

In Abbildung 3.4 ist ein typischer Verlauf des gemessenen Reibungskoeffizienten μ_c und der Verschleißhöhe Δl über der Zeit t dargestellt.

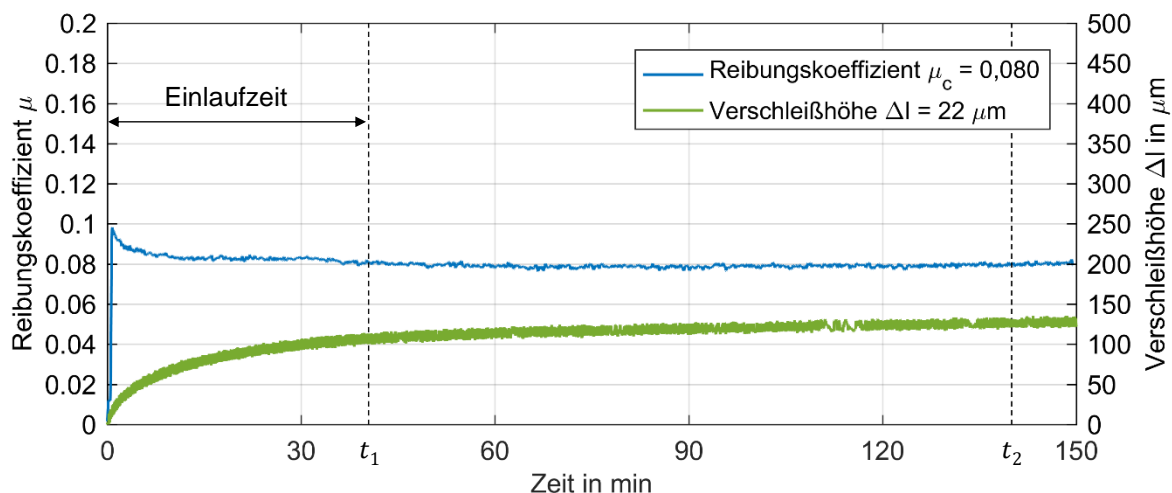


Abbildung 3.4: Messergebnisse des Stift-Scheibe Prüfstands ($u = 0,5\text{ m/s}$, $\bar{p} = 16\text{ MPa}$)

Zu Beginn des Versuches findet ein Einlauf statt und die Verschleißhöhe nimmt degressiv zu. Dieser Bereich wird in der Auswertung nicht berücksichtigt, sondern lediglich der darauffolgende lineare Abschnitt. Der Reibungskoeffizient steigt beim Anfahren zur Überwindung der Haftreibung ebenfalls sehr schnell an und erreicht ein Maximum. Während des Einlaufvorgangs fällt dieser dann wegen der Glättung der Rauheitsspitzen ab und stabilisiert sich auf einem annähernd konstanten Wert, vgl. [76].

Mit Hilfe der Messwerte aus den Stift-Scheibe Versuchen ergibt sich der Verschleißkoeffizient von *Archard* zu:

$$k = \frac{V_w}{F_c \cdot s} = \frac{\frac{1}{4} \pi d^2 \cdot \Delta l}{F_c \cdot u \cdot (t_2 - t_1)} \quad (3.16)$$

Für das energetische Verschleißmodell von *Fleischer* müssen der Reibungskoeffizient μ und die verschleißspezifische Reibarbeit e_R^* bestimmt werden.

$$\mu_c = \frac{F_R}{F_c}, \quad e_R^* = \frac{F_R \cdot s}{V_w} = \frac{\mu_c \cdot F_c \cdot u \cdot (t_2 - t_1)}{\frac{1}{4} \pi d^2 \cdot \Delta l} \quad (3.17)$$

Da die Lagerversuche für das implementierte Verschleißmodell in Kapitel 5.3 bei konstanter Drehzahl durchgeführt werden, wird bei den Stift-Scheibe-Versuchen ebenfalls nur die Last variiert. Die einzelnen untersuchten Betriebspunkte sind in Tabelle 3.3 aufgelistet. Jeder Versuch wurde zweimal durchgeführt und die Verschleißkennwerte anschließend gemittelt.

Tabelle 3.3: Testmatrix der Stift-Scheibe-Versuche, Material HCuSn8313/6-1

Versuch	Gleitgeschwindigkeit	Belastung	Archard	Fleischer
1	$u = 0,5 \text{ m/s}$	$\bar{p} = 20 \text{ MPa}$	$k = 3,40 \cdot 10^{-6} \frac{\text{mm}^3}{\text{J}}$	$\mu_c = 0,086$ $e_R^* = 2,53 \cdot 10^4 \frac{\text{J}}{\text{mm}^3}$
2	$u = 0,5 \text{ m/s}$	$\bar{p} = 16 \text{ MPa}$	$k = 4,57 \cdot 10^{-7} \frac{\text{mm}^3}{\text{J}}$	$\mu_c = 0,080$ $e_R^* = 1,75 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{mm}^3}$
3	$u = 0,5 \text{ m/s}$	$\bar{p} = 12 \text{ MPa}$	$k = 3,45 \cdot 10^{-7} \frac{\text{mm}^3}{\text{J}}$	$\mu_c = 0,068$ $e_R^* = 1,97 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{mm}^3}$
4	$u = 0,5 \text{ m/s}$	$\bar{p} = 8 \text{ MPa}$	$k = 2,49 \cdot 10^{-7} \frac{\text{mm}^3}{\text{J}}$	$\mu_c = 0,053$ $e_R^* = 2,13 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{mm}^3}$
5	$u = 0,5 \text{ m/s}$	$\bar{p} = 4 \text{ MPa}$	$k = 1,88 \cdot 10^{-7} \frac{\text{mm}^3}{\text{J}}$	$\mu_c = 0,052$ $e_R^* = 2,77 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{mm}^3}$
6	$u = 0,5 \text{ m/s}$	$\bar{p} = 1 \text{ MPa}$	$k = 8,44 \cdot 10^{-8} \frac{\text{mm}^3}{\text{J}}$	$\mu_c = 0,034$ $e_R^* = 4,03 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{mm}^3}$

Bei den geschmierten Stift-Scheibe Versuchen existiert ähnlich wie beim Gleitlager ein hydrodynamischer und ein Festkörpertraganteil. Je höher die Last wird, desto

größer wird auch der Festkörpertraganteil. Folglich steigt erwartungsgemäß mit der Belastung auch der gemessene Verschleiß und der Reibungskoeffizient nimmt zu. Dieses Verhalten entspricht den Beobachtungen von *Archard* und *Fleischer* und bestätigt die Abhängigkeit zwischen dem Festkörperdruck und den Verschleißkennwerten. In [141] wurde zusätzlich die Gleitgeschwindigkeit erhöht. Dadurch nahm der hydrodynamische Traganteil zu und der Verschleiß sowie der Reibungskoeffizient gingen zurück.

Eine alternative Bestimmung der Kennwerte mit Hilfe eines Lagerprüfstands scheidet aus, da für diesen Fall die Verschleißkennwerte für die gesamte Lastzone und über die gesamte Betriebsdauer gemittelt werden.

3.4 Abbildung des Einlaufverschleißes

In Gleitlagern finden direkt nach der Inbetriebnahme Einlaufprozesse statt, die die Oberflächengeometrie und damit auch das anschließende Verschleißverhalten wesentlich beeinflussen. Wird das Verschleißvolumen über der Zeit aufgetragen, ergibt sich der schematische Verlauf aus dem Diagramm in Abbildung 3.5.

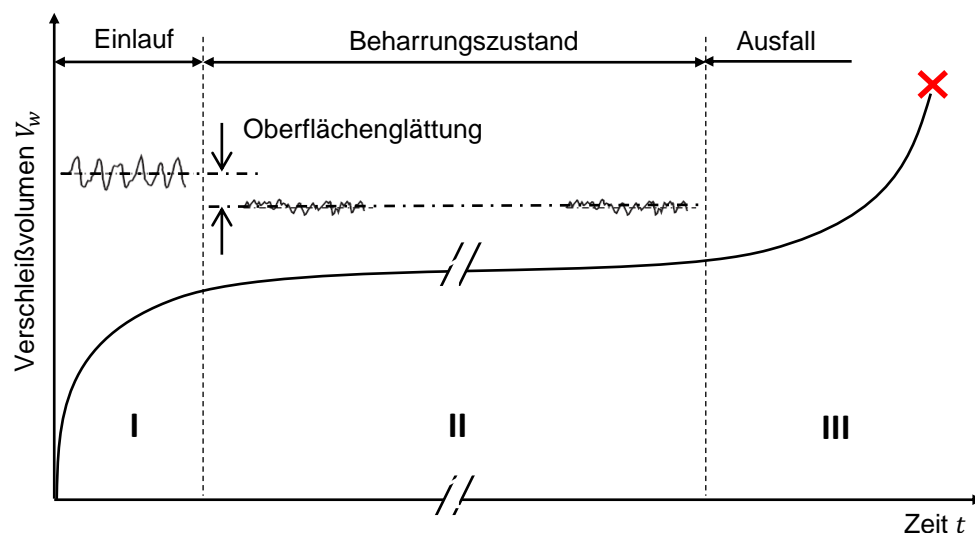


Abbildung 3.5: Qualitatives Verschleiß-Zeit Diagramm

Der gesamte Verschleißprozess kann in drei Bereiche unterteilt werden. Im Bereich I findet der Einlauf statt und die Oberflächen werden geglättet. Dadurch sinken die kritische Spalthöhe und die Kontaktintensität, so dass die Verschleißgeschwindigkeit abnimmt. Im einfachsten Fall kann dieser Verlauf mit einer Quadratwurzelfunktion beschrieben werden [63].

$$V_w \sim \text{const} \cdot t^{\frac{1}{2}} \quad (3.18)$$

Dem Einlauf schließt sich der Bereich II mit einer konstanten Verschleißgeschwindigkeit an. In diesem Beharrungszustand bleiben die Oberflächenparameter sowie der Verschleißkoeffizient nahezu konstant und die Grundgleichung (3.1) ist gültig. Je nach Oberflächenbeschaffenheit kann im Bereich II nahezu kein Verschleiß auftreten, so dass der Eindruck entsteht, dass das Lager quasi verschleißfrei läuft. In diesem Fall treten vorrangig Oberflächenzerrüttungen auf, die mikrostrukturelle Veränderungen, Rissbildung und schließlich ein Risswachstum bewirken, so dass erst nach einer recht langen Inkubationszeit messbarer Verschleiß entsteht [143].

Im Bereich III steigt die Verschleißgeschwindigkeit stark an bis es schließlich zu einem Versagen des Lagers kommt. Die Beschleunigung des Verschleißes kann durch eine Anhäufung mehrerer einzelner Verschleißprozesse erklärt werden.

$$V_w \sim e^{\text{const} \cdot t} \quad (3.19)$$

Das Verschleißmodell soll bestenfalls die gesamte Betriebsdauer bis hin zum Versagen des Bauteils abdecken. Bei Kenntnis des Verschleißkoeffizienten, kann der lineare Verlauf des Verschleißes in Abbildung 3.5 gut modelliert werden. Die Bestimmung des Zeitpunkts, an dem der Einlaufverschleiß endet, ist mit Hilfe von Lagerversuchen möglich. So kann beispielsweise die Entwicklung des Reibungskoeffizienten am Prüfstand beobachtet werden. Sobald dieser konstant ist, ist der Einlaufvorgang abgeschlossen, siehe Abbildung 3.4. Alternativ wird in dieser Arbeit eine Kontaktspannungsmessung verwendet, die eine elektrische Spannung in Abhängigkeit der Kontaktintensität zwischen der Welle und dem Gehäuse ausgibt. Das Verfahren wird in Kapitel 5.3 ausführlich beschrieben.

Während des Einlaufs ändern sich die Topographien der Oberflächen und damit auch die oberflächenabhängigen Größen wie die kritische Spalthöhe, der Verlauf des Festkörperkontaktdrucks und der Flussfaktoren. In Abbildung 3.6 ist die gedrehte Oberfläche eines Gleitlagers unter einem Weißlichtinterferometer im Neuzustand und nach Ende des Experiments vermessen worden.

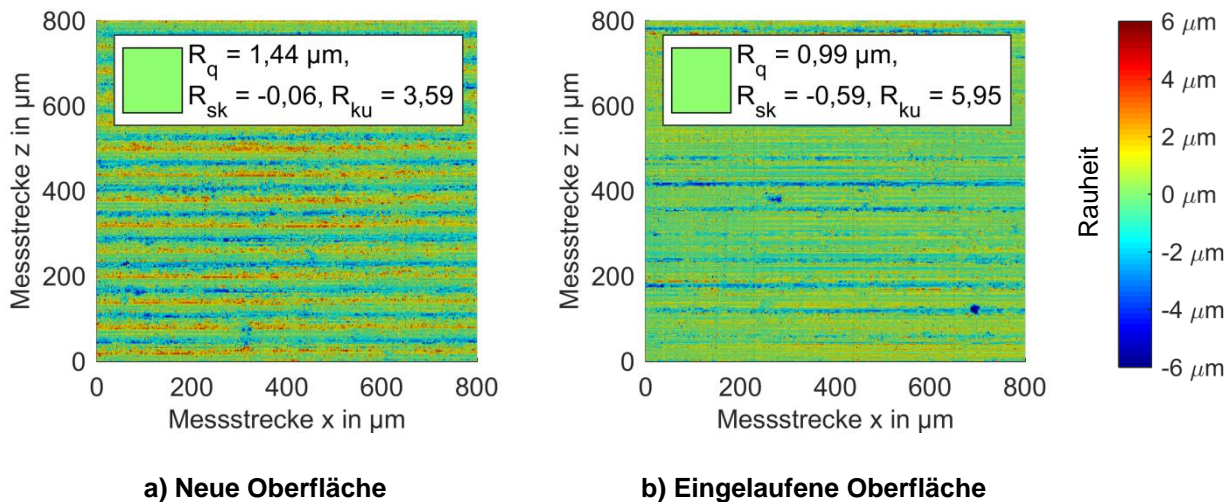


Abbildung 3.6: a) Topographie der neuen Oberfläche, b) Topographie der eingelaufenen Oberfläche

Die eingelaufene Oberfläche besitzt im Vergleich zur neuen Oberfläche eine wesentlich kleinere quadratische Mittenrauheit R_q . Weiterhin wird die Schiefe R_{sk} , die das Verhältnis zwischen den Rauheitsspitzen und Rauheitstälern angibt ebenfalls kleiner, so dass die Asperiten bei der verschlissenen Oberfläche überwiegen. Die Rauheitsspitzen werden zwar während des Einlaufs abgetragen, jedoch verschiebt sich durch diese Glättung auch der Mittelwert in die Oberfläche hinein. Dadurch überwiegen trotz Abtrag die Rauheitsspitzen und die Schiefe nimmt ab. Die Kurtosis R_{ku} wächst, da die Rauheitsspitzen verschleifen und gleichzeitig die Täler teilweise durch plastische Deformation kompensiert werden. Diese Entwicklung der Oberflächenparameter wird beispielsweise von *Ghosh* [129] bestätigt. Abschließend ist in Abbildung 3.7 für beide Oberflächen ein zweidimensionaler Messschrieb der Rauheitsprofile mit dem zugehörigen Mittelwert, der sich bei der eingelaufenen Oberfläche in negative Richtung verschiebt, dargestellt. Anhand dieser Messung sind der Glättungsvorgang und insbesondere der Abtrag der Rauheitsspitzen gut zu erkennen.

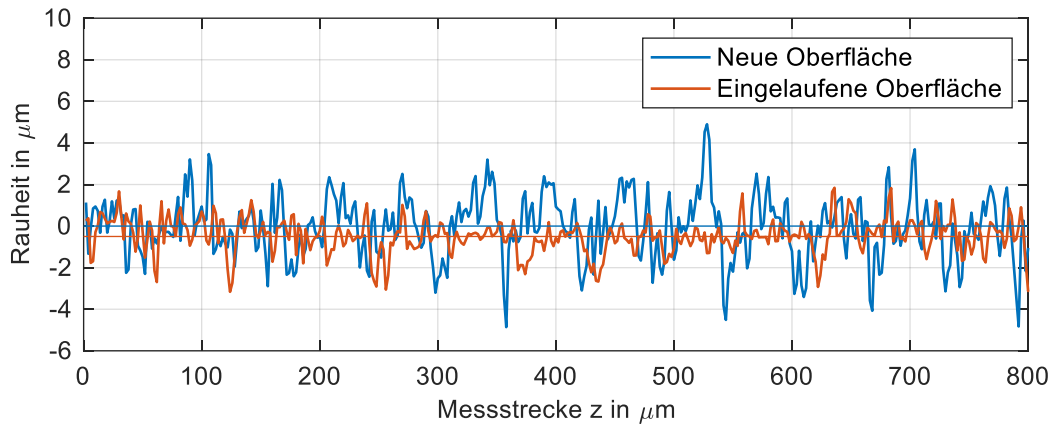
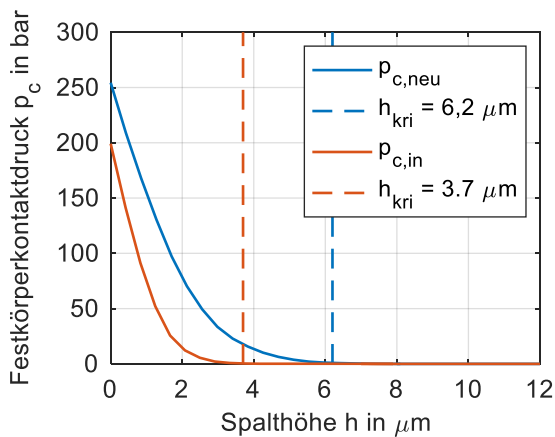
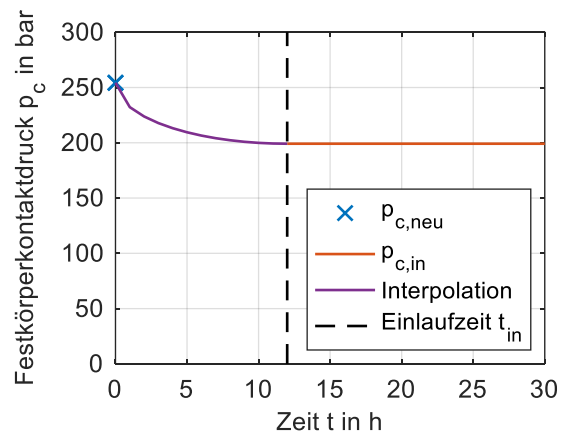


Abbildung 3.7: Rauheitsmessung in z-Richtung bei $x = 400 \mu\text{m}$

Die Idee zur Simulation des Einlaufvorgangs besteht nun darin, die Funktionen der oberflächenabhängigen Größen wie die Flussfaktoren und den Kontaktdruck für die neue Oberfläche und die eingelaufene Oberfläche zu bestimmen und zwischen diesen zu interpolieren. Diese Methode ist exemplarisch für die Funktion des Festkörperkontaktdrucks der neuen Oberfläche $p_{c,neu}$ und der eingelaufenen Oberfläche $p_{c,in}$ in der Abbildung 3.8 veranschaulicht.



a) Festkörperkontaktdruck



b) Interpolation für $h = 0 \mu\text{m}$

Abbildung 3.8: a) Festkörperkontaktdruck der neuen und eingelaufenen Oberfläche, b) Interpolationsfunktion während des Einlaufs für $h = 0 \mu\text{m}$

Als Interpolationsfunktion wird dabei ein elliptischer Ansatz verwendet, so dass sich beispielsweise für den Kontaktdruck p_c die folgende Funktion ergibt:

$$p_c = \begin{cases} p_{c,neu} - \sqrt[n]{\left(1 - \frac{|t_{in} - t|^n}{t_{in}^n}\right)} (p_{c,neu} - p_{c,in})^n, & t < t_{in} \\ p_{c,in} & , \quad t \geq t_{in} \end{cases} \quad (3.20)$$

Der Exponent n bestimmt dabei, wie stark der Kontaktdruck direkt nach Start des Experiments abfällt. Entsprechend der Empfehlung von *Czichos & Habig* [63] wird eine quadratische Funktion $n = 2$ angenommen.

Mit dieser Funktion ist es nun möglich den Verschleißprozess der Bereiche I und II in Abbildung 3.5 vorherzusagen. Allerdings ist der Übergang zum Bereich III, in dem das Bauteilversagen erwartet wird, nur äußerst mühsam zu bestimmen. Während der Einlauf erfahrungsgemäß innerhalb weniger Stunden vorbei ist, kann es je nach System mehrere Tage/Wochen dauern, bis sich die Oberflächenzerrüttungen soweit akkumuliert haben, dass die Zerstörung des Lagers einsetzt. Daher wird dieser Zeitpunkt von dem implementierten Verschleißmodell nicht erfasst, so dass zwar die Verschleißmenge am Ende einer gewissen Zeit berechnet, jedoch keine Aussage über die restliche Lebensdauer getroffen werden kann.

4 Programmablauf

Am Institut für Tribologie und Energiewandlungsmaschinen wurde das Gleitlagerberechnungsprogramm COMBROS R entwickelt, das die nichtisotherme Berechnung der statischen und dynamischen Lagerkennwerte von hydrodynamisch geschmierten Radialgleitlagern ermöglicht [7], [8]. COMBROS R wurde in zahlreichen internationalen Untersuchungen, z. B. [10]-[13] und Forschungsprojekten, z. B. [14], [15] validiert und fortlaufend optimiert. Daher wird die Struktur dieses Programms verwendet und die Algorithmen des Mischreibungs- und Verschleißmodells sowie die Berechnung von Planetenradgleitlagern mit Schwimmbuchse in dieses implementiert. Auf diese Weise vergrößert sich der Anwendungsbereich von rein hydrodynamisch geschmierten Gleitlagern auf Gleitlager und Planetenradgleitlager unter Berücksichtigung von Mischreibung, Verschleiß und elastischen Deformationen.

Die Simulation von Mischreibungs- und Verschleißvorgängen läuft in zwei Schritten ab. Zuerst müssen in einem separaten Programm für die Oberflächenpaarung der Festkörperkontaktdruck und die Flussfaktoren bestimmt werden. Dieses Preprocessing findet unabhängig von der eigentlichen Lagerberechnung statt und läuft entsprechend Abbildung 4.1 ab. Im ersten Schritt müssen repräsentative Ausschnitte der Topographien für die Oberflächen der Kontaktpartner vorliegen. Idealerweise werden die Bauteile mit Hilfe eines Weißlichtinterferometers vermessen. Alternativ können die Oberflächen auch durch Definition der Oberflächenkennwerte, die den Fertigungsprozess beschreiben, gemäß Kapitel 2.2.2 numerisch generiert werden. Anschließend können dann die Flussfaktoren Φ in Kapitel 2.5 und der Festkörperkontaktdruck p_c , in Kapitel 2.3 in Abhängigkeit der Spalthöhe h berechnet werden. Soll der Einlaufvorgang analysiert werden, muss sowohl die neue als auch die eingelaufene Oberfläche auf diese Weise ausgewertet werden. Zusätzlich ist es für Simulationen mit Verschleiß notwendig, dass die Verschleißrate des tribologischen Systems k in Abhängigkeit der Last-Drehzahl Kombinationen bekannt ist. Hierzu können z. B. Stift-Scheibe-Versuche herangezogen werden.

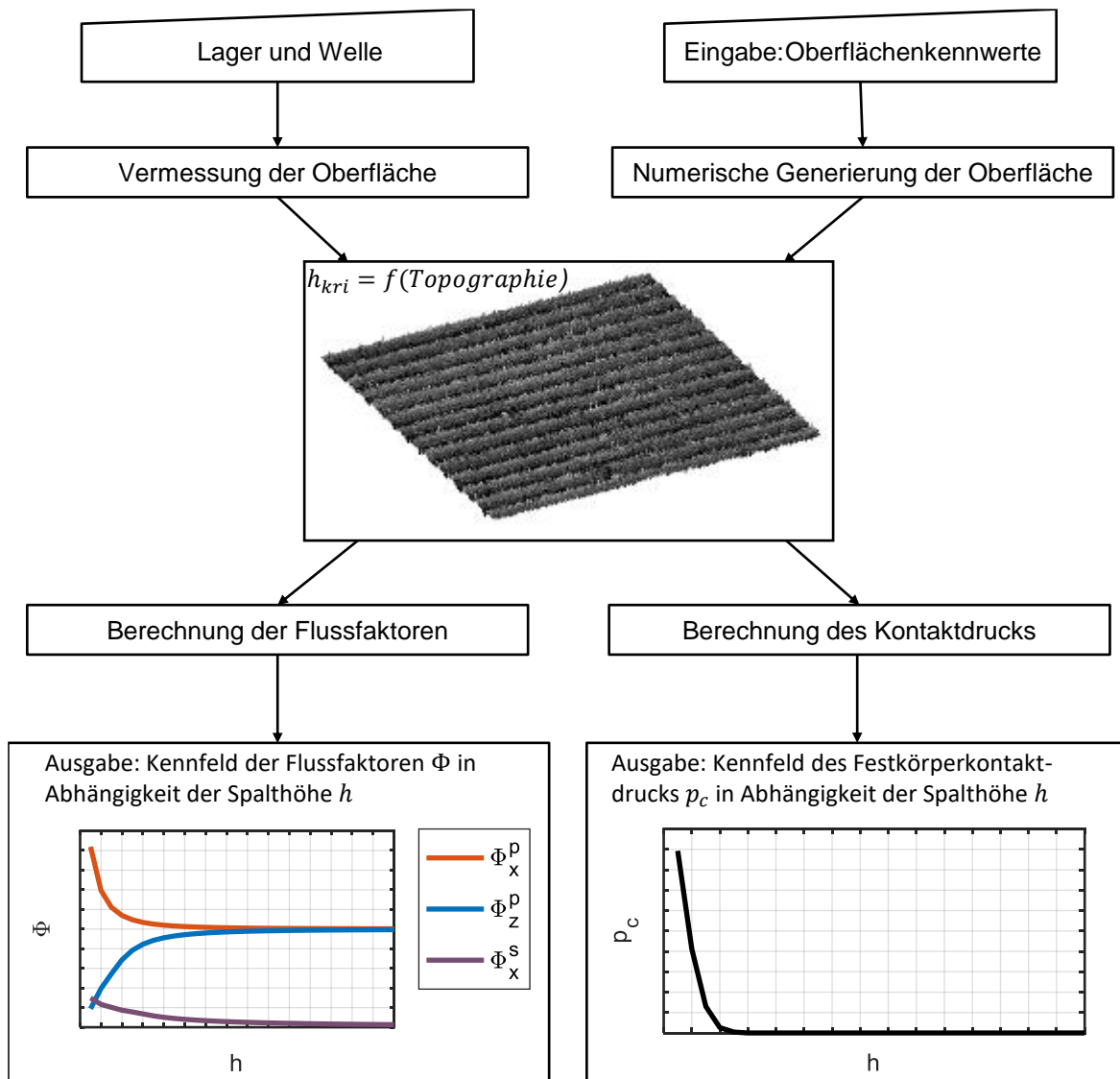


Abbildung 4.1: Flussdiagramm des Preprocessors

Nachdem die Oberflächentopographien bekannt sind und der Festkörperkontakt-druck, die Flussfaktoren und die Verschleißraten vorliegen, kann die eigentliche Lagerberechnung in COMBROS R starten. In dieser hängen die einzelnen Größen von einer Vielzahl anderer Parameter ab. Diese oftmals stark nichtlinearen Zusammenhänge können nicht vollständig mit geschlossenen mathematischen Modellen beschrieben werden, so dass numerische Verfahren eingesetzt werden müssen. Für eine Optimierung der Stabilität und der Rechenzeit des Gesamtprogramms werden die einzelnen Minimierungsprobleme, wie z. B. die Herstellung des mechanischen und thermischen Gleichgewichts, die Berechnung der Schwimmbuchsendrehzahl oder die Auswirkung elastischer Deformationen auf die Hydrodynamik, konsequent voneinander getrennt. Zudem werden Relaxationsparameter verwendet, die je nach Art der physikalischen Größe und des Konvergenzstatus selbstständig angepasst

werden, um die Effizienz der Algorithmen weiter zu steigern. In Abbildung 4.2 ist ein vereinfachtes Flussdiagramm gezeigt, das sich auf das neue Mischreibungs- und Verschleißmodell fokussiert. Bei Rechnungen mit Verschleiß muss für jeden Betriebspunkt neben der Last und der Drehzahl auch die Dauer t_{BP} definiert werden. Zuerst werden die Kennwerte aus dem Preprozessor h_{kri} , $p_c(h)$, $\Phi(h)$ und die experimentell bestimmten Verschleißkennwerte k , t_{in} eingelesen. Anschließend können für die Spaltfunktion h mit Hilfe der erweiterten Reynolds'schen Differenzialgleichung (2.71) und der Funktion des Festkörperdrucks $p_c(h)$ der hydrodynamische Traganteil und der Festkörpertraganteil berechnet werden. Sobald diese beiden Druckverteilungen bekannt sind, können die resultierenden Lagersteifigkeiten c_{ges} bestimmt werden. Entsprechend der Ausführungen in Kapitel 6.1 erfolgt dann die Ermittlung des mechanischen sowie des thermischen Gleichgewichts. Liegen diese vor, werden mit Hilfe der Elastizitätsmatrizen die resultierenden Verformungen der Bauteile berechnet.

Sobald die Kopplung zwischen der Festkörper- und Strömungsmechanik konvergiert hat, beginnt die eigentliche Verschleißrechnung. In dieser wird der Betriebspunkt programmintern in mehrere Betriebspunkte mit kürzeren Zeitintervallen unterteilt, um die implizite Abhängigkeit zwischen Verschleißvolumen und Festkörperdruck zu erfassen. Werden mehrere Betriebspunkte in Folge definiert, um beispielsweise den gesamten Lastzyklus einer Maschine zu simulieren, wird der Materialabtrag des vorherigen Betriebspunktes im nächsten berücksichtigt, so dass sich der Verschleiß akkumuliert. Am Ende liegen die Lagerkennwerte zu jedem Zeitpunkt, an dem eine Rechnung stattgefunden hat, vor. In [7] und [51] sind weitere detailliertere Flussdiagramme gezeigt, in denen beispielsweise die iterative Bestimmung des mechanischen und thermischen Gleichgewichts ausführlicher beschrieben ist.

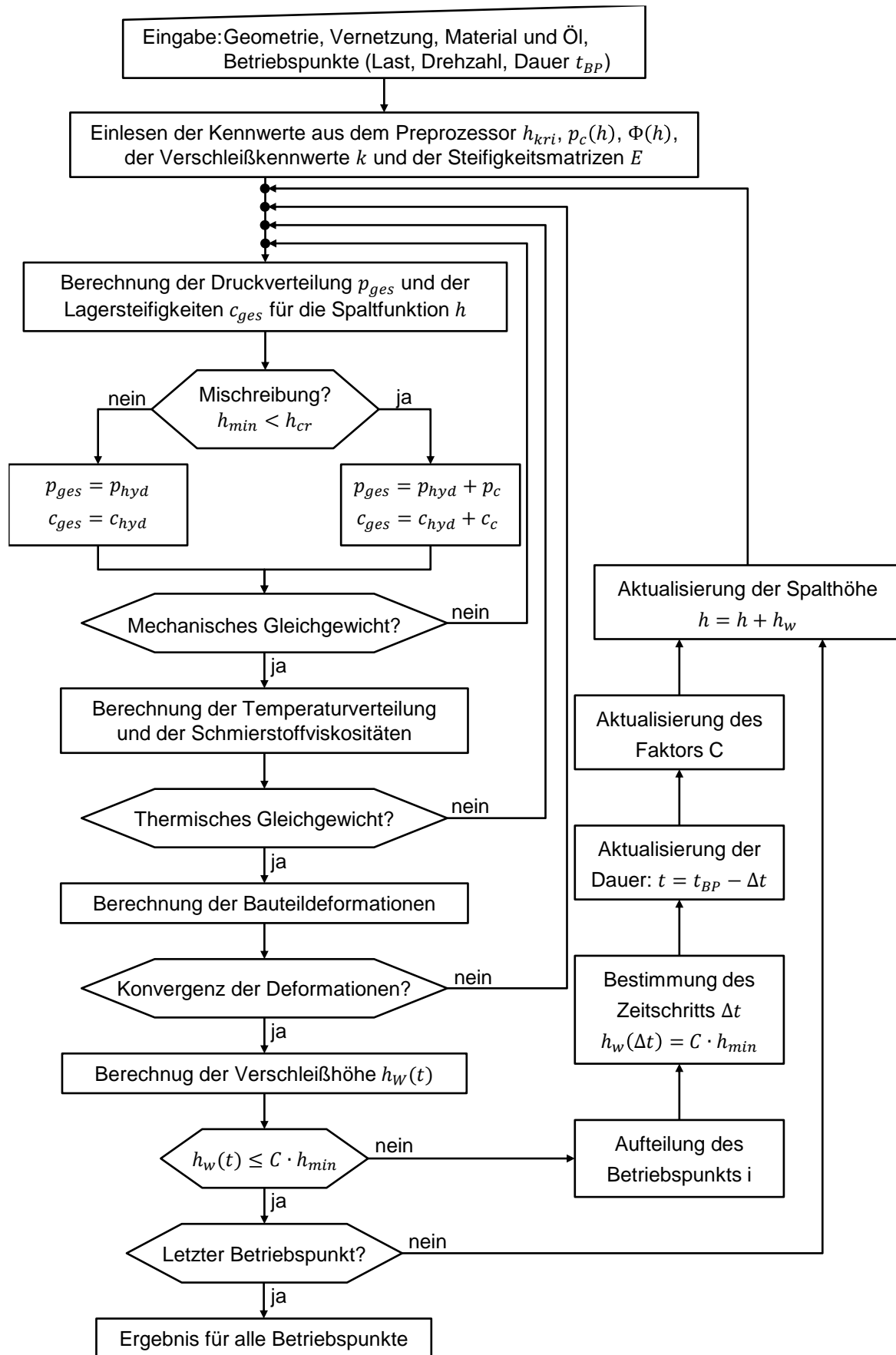


Abbildung 4.2: Flussdiagramm von COMBROS R mit Mischreibung, Verschleiß und Bauteildeformationen

5 Validierung des Mischreibungs- und Verschleißmodells

Das Mischreibungs- und Verschleißmodell werden anhand von Experimenten an einem Prüfstand für konventionelle Radialgleitlager validiert, da keine spezifischen Versuchsergebnisse für Planetenradgleitlager zur Verfügung stehen. Als erstes werden Stribeck-Kurven bei verschiedenen Lasten aufgenommen und dabei die kritische Drehzahl beim Übergang von der Hydrodynamik in die Mischreibung bestimmt. Dazu wird der Prüfstand mit einer Kontaktspannungsmessung ausgerüstet, mit der ein Kontakt zwischen Welle und Lager detektiert werden kann. Anschließend können anhand der Stribeck-Kurven Last-Drehzahl Kombinationen unter starker Mischreibung ausgewählt und für unterschiedlich lange Zeiten betrieben werden. Nach Abschluss des Versuchs wird der entstandene Verschleiß mit Hilfe einer Rundheitsmessung bestimmt und mit den theoretischen Vorhersagen verglichen.

5.1 Aufbau des Prüfstands

Zur Durchführung der Experimente wurde ein Prüfstand aufgebaut, der für einen dauerhaften Betrieb in der Mischreibung ausgelegt und mit entsprechender Messtechnik ausgestattet wurde. Abbildung 5.1 zeigt den Aufbau des Prüfstands.

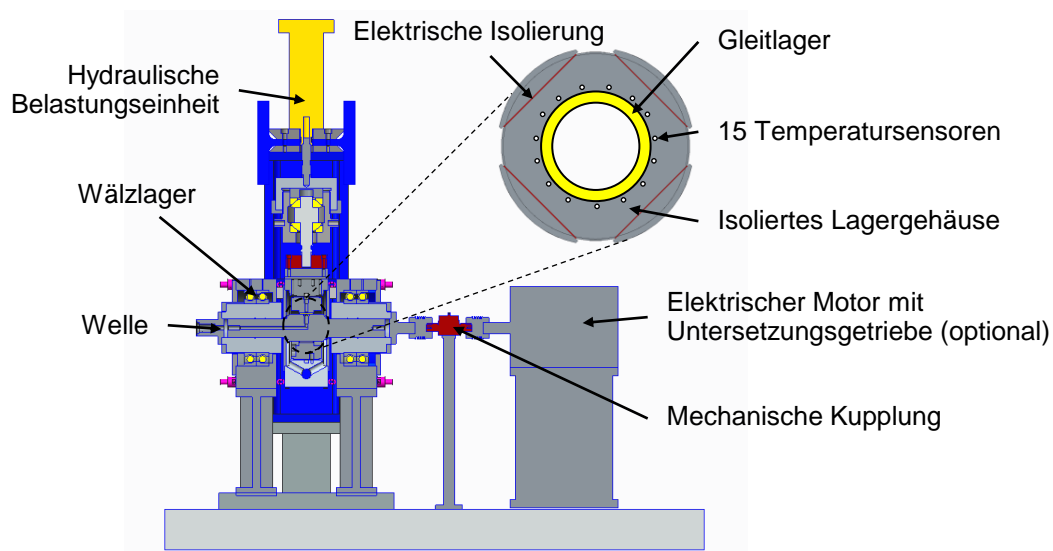


Abbildung 5.1: Aufbau des Mischreibungsprüfstands

Der Prüfstand besteht aus einer rotierenden Welle, die von einem elektrischen Motor angetrieben wird und Drehzahlen bis zu 4000 min^{-1} erreichen kann. Optional kann zwischen dem Motor und dem Antriebsstrang ein Untersetzungsgetriebe eingesetzt werden, so dass auch eine gleichmäßige Rotation der Welle bei niedrigen Drehzah-

len und hohen Lasten gewährleistet ist. Dadurch verringert sich die Maximaldrehzahl von 4000 min^{-1} auf 700 min^{-1} . Der Rotor wird von zwei fettgeschmierten Wälzlagern gestützt, in deren Mitte sich das Prüflager befindet. Die Lagerlast wird durch eine hydraulische Belastungseinheit erzeugt, die das Prüflager relativ zu den Stützlager verschiebt. Hierdurch können Lagerkräfte bis zu 35 kN erzeugt werden. Die Temperaturen im Lager werden von 15 Temperatursensoren überwacht, die im Lagergehäuse eingeklebt sind und sich ca. 9 mm unter der Laufschrift befinden. Eine besondere Vorrichtung ist die Installation einer Kontaktspannungsmessung am Prüfstand, die eine Aussage über den Beginn und die Intensität der Mischreibung ermöglicht. Dazu wird das Lagergehäuse elektrisch vom restlichen Prüfstand isoliert und eine elektrische Spannung zwischen der Welle und der Lagergehäuse angelegt. Bei einem Kontakt zwischen den Bauteilen, kommt es zu einem Spannungsabfall. Im Gegensatz zu den Ausführungen in [146], in der auch der elektrische Schaltplan noch einmal im Detail erläutert wird, wird am Prüfstand das Spannungssignal invertiert und verstärkt. Damit ergibt sich die folgende Fallunterscheidung:

$U = 0 \text{ V}$ Hydrodynamische Reibung

$U > 0 \text{ V}$ Mischreibung

Im Gegensatz zu akustischen Methoden, z. B. [77], gestaltet sich die Auswertung der Kontaktspannung wesentlich einfacher, da zuvor keine Störquellen des Antriebsstrangs, wie Zahnkontakte, Wälzkontakte oder Unwuchten mittels Fast Fourier Transformation detektiert und berücksichtigt werden müssen.

Die Messung des Reibmoments wird an der mechanischen Kupplung durchgeführt und erfasst damit den gesamten Antriebsstrang einschließlich der beiden Wälzlager. Da zur Erstellung der Stribeck-Kurven lediglich das Reibmoment im Gleitlager benötigt wird, müssen im Vorfeld Versuche ohne Prüflager durchgeführt werden, die die Reibmomente in den Stützlager charakterisieren. Bei der Erstellung des Kennfelds für das Reibmoment der Stützlager wird angenommen, dass dieses hauptsächlich von der Wellendrehzahl und der Temperatur des Schmierfettes abhängt, die ebenfalls mittels Temperatursensoren überwacht wird. Während des Versuchsbetriebs mit Prüflager werden an diesem die relative Verschiebung zwischen der Welle und dem Lager, der Zufuhrdruck p_{zu} und die Zufuhrtemperatur T_{zu} des Schmierstoffs sowie

der Volumenstrom \dot{V} gemessen, um sicherzustellen, dass konstante Bedingungen während des gesamten Versuchs vorliegen.

Als Lagermaterial wird eine Kupfer-Zinn Legierung eingesetzt, die durch Zugabe eines Festschmierstoffes selbstschmierende Eigenschaften erreicht. Die Welle und das Gehäuse bestehen aus Einsatzstahl und als Schmiermittel wird ein synthetisches Öl mit der Viskositätsklasse ISO-VG 32 verwendet. Die Eigenschaften des Schmierstoffes und der Werkstoffe sind in Tabelle 5.1 zusammengefasst.

Tabelle 5.1: Schmierstoff- und Werkstoffeigenschaften

Eigenschaft	Schmierstoff	Lager	Welle/Gehäuse
Material	ISOVG 32	HCuSn8313/6 – 1	42CrMo4
Dichte	$853 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$7200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$7720 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Spezifische Wärmekapazität	$2090 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$	$380 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$	$470 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$
Wärmeleitfähigkeit	$0,134 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$	$68,0 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$	$42,6 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$
Wärmeausdehnungskoeffizient	-	$18 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	$11 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$
Elastizitätsmodul	-	59000 MPa	210000 MPa
Druckfestigkeit	-	85 MPa	1000 MPa

Das Gleitlager wird in das isolierte Lagergehäuse eingepresst und auf Maß gedreht, so dass sich bei der Vermessung der Oberfläche mit Hilfe des Weißlichtinterferometers eine mittlere Rauheit von $R_{a,Lager} = 1,05 \mu\text{m}$ ergibt. Die Welle wurde dagegen auf eine Rauheit von $R_{a,Welle} = 0,04 \mu\text{m}$ geschliffen und ist damit deutlich glatter als das Lager. Aus diesem Grund und der fehlenden Möglichkeit, die Welle unter dem Weißlichtinterferometer zu vermessen, wird deren Oberfläche vereinfacht als ideal glatt angenommen. Somit wird bei der Berechnung der Flussfaktoren und des Festkörperkontaktdrucks nur die Oberfläche des Gleitlagers ausgewertet, dessen Topographie durch Abbildung 5.2 beschrieben ist.

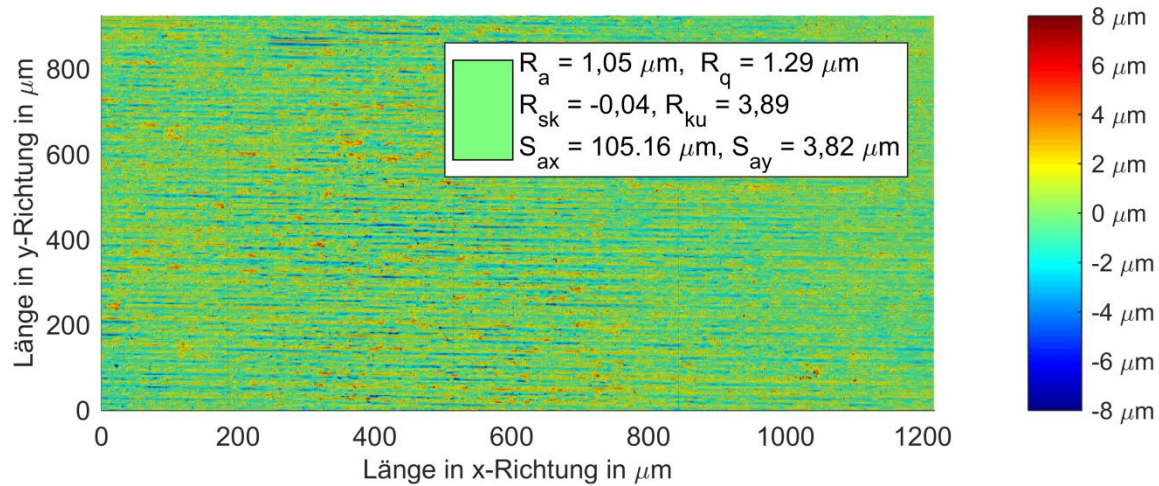
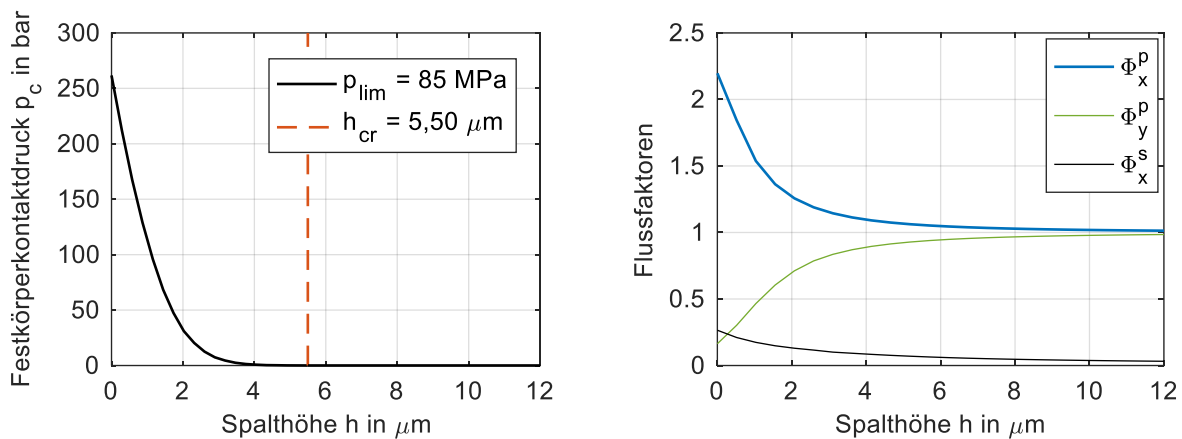


Abbildung 5.2: Oberflächentopographie des Gleitlagers

Bei der Bestimmung der Funktionen für den Festkörperkontaktdruck und der Flussfaktoren wurde die Oberflächentopographie an mehreren Stellen gemessen und anschließend über alle Messstellen gemittelt. Die resultierenden Verläufe sind in der Abbildung 5.3 zu sehen.



a) Festkörperkontaktdruck

b) Flussfaktoren

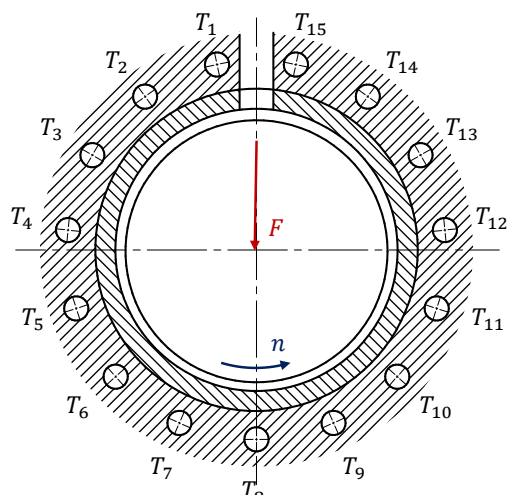
Abbildung 5.3: Festkörperkontaktdruck (a) und Flussfaktoren (b) der Lagersoberfläche

5.2 Auslaufversuch und Bestimmung der Übergangsdrehzahl

Im ersten Versuch wird die Stribeck-Kurve für verschiedene Lasten aufgenommen und mit Hilfe der Kontaktspannungsmessung die Übergangsdrehzahl bestimmt. Auf diese Weise gelingt eine Abgrenzung zwischen Flüssigkeits- und Mischreibung. Das Lagergehäuse wird auf $45\text{ }^{\circ}\text{C}$ aufgeheizt und anschließend wird der Lagerprüfstand lastfrei auf die Maximaldrehzahl $n_{max} = 700\text{ min}^{-1}$ hochgefahren. Daraufhin wird das

Lager belastet und die Drehzahl innerhalb einer Stunde bis zum Stillstand der Welle reduziert. Die Tabelle 5.2 enthält die Lagergeometrie und die Betriebsbedingungen.

Tabelle 5.2: Lagergeometrie und Betriebsbedingungen

Geometrie- und Betriebsrandbedingungen		Zeichnung des Prüflagers
Wellendurchmesser:	100 mm	
Lageraußendurchmesser:	240 mm	
Lagerbreite	50 mm	
Relatives Lagerspiel	1,6 ‰	
Durchmesser der Zuführbohrung	15 mm	
Zuführtemperatur	27 °C	
Zuführdruck	2 bar	
Drehzahlbereich	0 ... 700 min ⁻¹	
Belastung	3,5,7 MPa	
Versuchsdauer	1 h	

5.2.1 Validierung des Mischreibungsmodells

Die gemessenen und berechneten Stribeck-Kurven für die spezifischen Lagerlasten $\bar{p} = 3, 5$ und 7 MPa sind in Abbildung 5.4 dargestellt. Die Stribeck-Kurven der drei untersuchten Lastfälle starten bei $n = 700 \text{ min}^{-1}$ im hydrodynamischen Bereich, in dem die Kontaktspannung $U = 0 \text{ V}$ beträgt. Mit fallender Drehzahl nimmt die Flüssigkeitsreibung ab und der Reibungskoeffizient wird kleiner. Ebenfalls sinkt die hydrodynamisch wirksame Geschwindigkeit und die Tragfähigkeit des Lagers, was sich in einer Reduzierung der minimalen Schmierfilmhöhe äußert. Sobald die kritische Spalthöhe unterschritten wird und die erste Rauheitsspitzen in Kontakt treten, entsteht ein Festkörpertraganteil, der mit einem Anstieg der Kontaktspannung einhergeht. Der gesamte Reibungskoeffizient μ setzt sich nun aus einem Reibungskoeffizienten der Flüssigkeit μ_{hyd} und einem Reibungskoeffizienten der Festkörper μ_c zusammen.

$$\mu = \frac{F_{R,c}}{F_{ges}} + \frac{F_{R,hyd}}{F_{ges}} = \mu_c + \mu_{hyd} \quad (5.1)$$

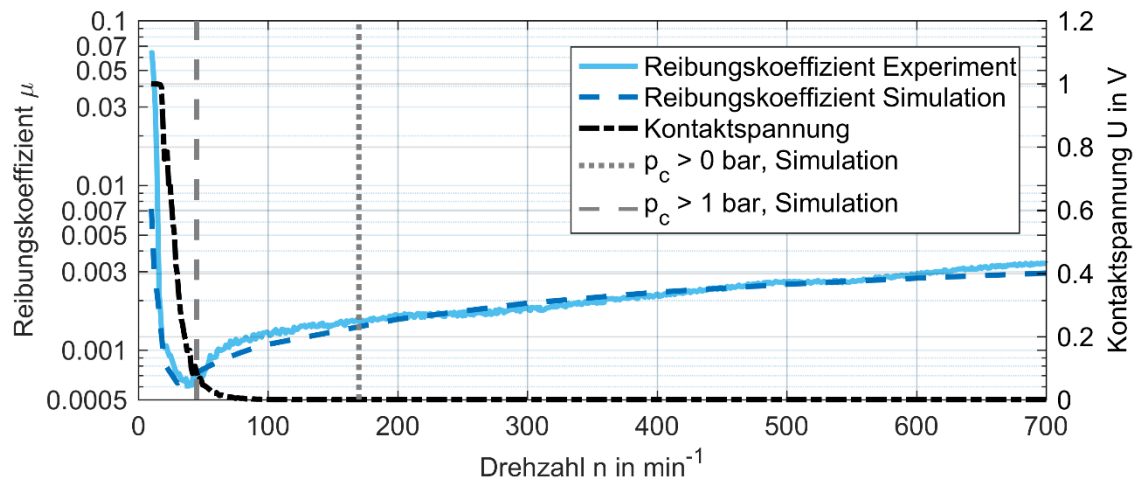
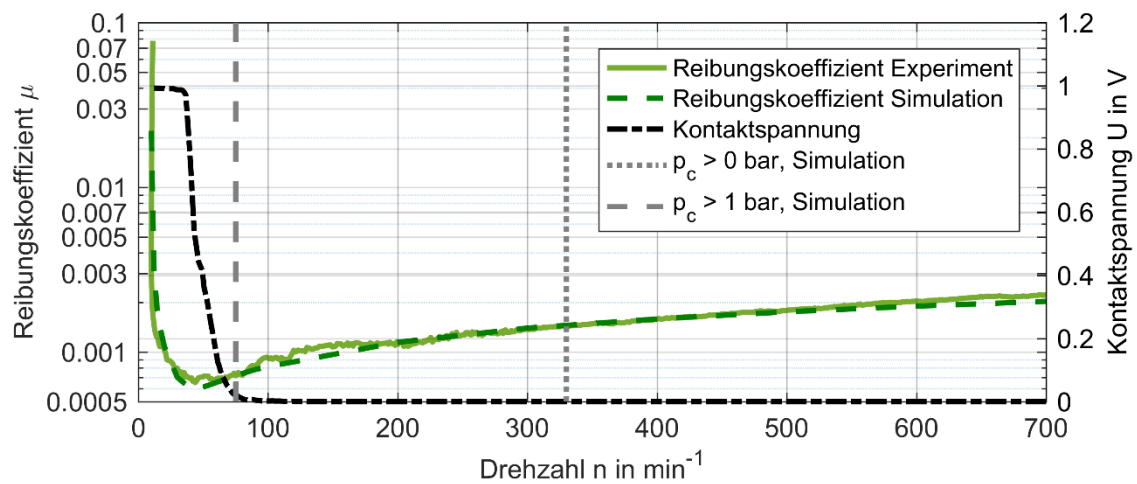
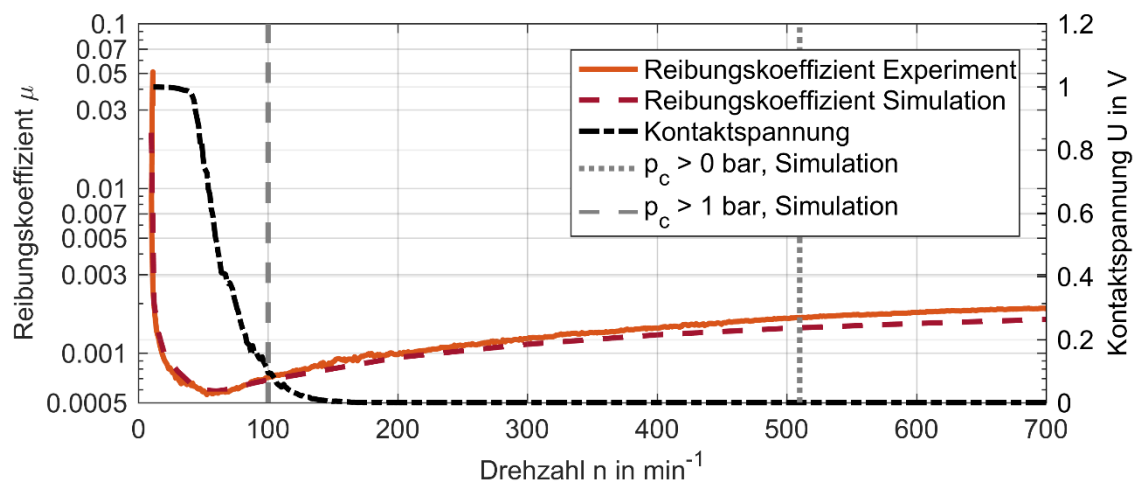
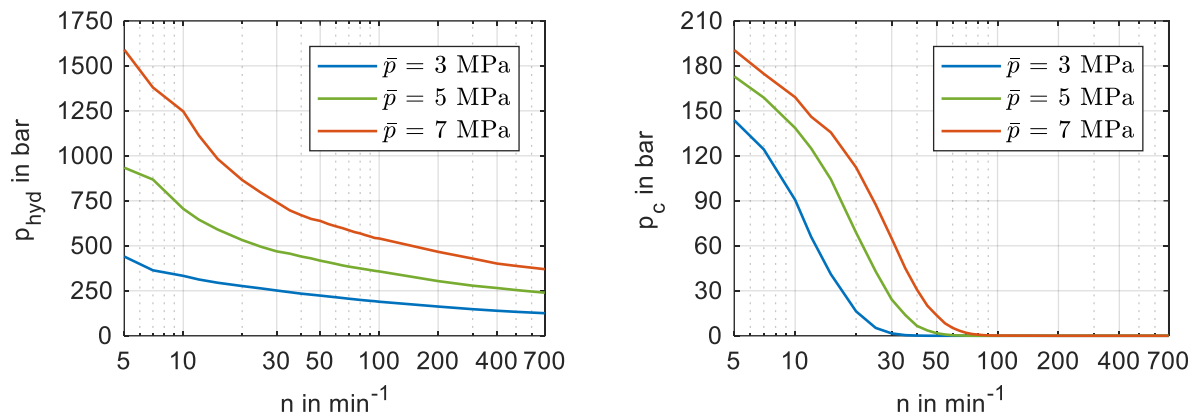
a) Belastung: $\bar{p} = 3 \text{ MPa}$ b) Belastung: $\bar{p} = 5 \text{ MPa}$ c) Belastung: $\bar{p} = 7 \text{ MPa}$

Abbildung 5.4: Gemessene und berechnete Stribeck-Kurven für die Belastungen a) $\bar{p} = 3 \text{ MPa}$, b) $\bar{p} = 5 \text{ MPa}$ und c) $\bar{p} = 7 \text{ MPa}$ ($p_{zu} = 2 \text{ bar}$, $T_{zu} = 27 \text{ }^{\circ}\text{C}$)

In der Simulation ist die Übergangsdrehzahl deutlich größer als im Experiment. Jedoch ist dabei zu beachten, dass in der Theorie bereits Mischreibung vorliegt, wenn bereits eine einzelne Rauheitsspitze im Kontakt ist. Der Kontaktdruck ist in diesem Fall jedoch immer noch vernachlässigbar gering. Aus diesem Grund wird bei der Auswertung der Simulation die Übergangsdrehzahl derart bestimmt, dass der maximale Kontaktdruck p_c eine Grenze von 1 bar überschreiten muss.

Da am Beginn des Mischreibungsgebiets der Festkörpertraganteil μ_c im Vergleich zum Flüssigkeitstraganteil μ_{hyd} noch vernachlässigbar klein ist, sinkt der gesamte Reibungskoeffizient μ weiterhin gemeinsam mit der Drehzahl. Erst wenn der Kontaktdruck und damit auch die Reibkraft $F_{R,c}$ bei noch kleiner werdender Spaltweite ansteigen, wird der gesamte Reibungskoeffizient von dem Festkörperanteil dominiert. Die Folge ist ein steiler Anstieg des Reibungskoeffizienten auf ca. $\mu = 0,09$. In Abbildung 5.4 ist zu erkennen, dass die Kontaktspannung ihren Maximalwert etwa bei der Drehzahl erreicht, bei der der Reibungskoeffizient minimal ist, und anschließend auf diesem Spannungsniveau verharrt. Da die aufgetragene Kontaktspannung über 5 Sekunden gemittelt wurde, entspricht ein Vollausschlag einer ununterbrochenen Berührung zwischen der Welle und Schale, während Werte zwischen 0 V und 1 V auf kurzfristige Kontaktzeiten hinweisen. Daher kann bei Kontaktspannungen, die kleiner als 1 V sind von weicher Mischreibung gesprochen werden und die Mischreibungsintensität über das gemittelte Spannungsniveau charakterisiert werden.

Werden die drei Lastfälle untereinander verglichen, so ist der Reibungskoeffizient bei niedriger Last am größten. Dies ist darauf zurückzuführen, dass in diesem Lastfall die Temperaturentwicklung im Fluid am geringsten und damit die Viskosität am größten ist. Weiterhin erfolgt der Übergang in die Mischreibung mit steigender Last bereits bei größeren Wellendrehzahlen. Dies hat zur Folge, dass das Minimum des Reibungskoeffizienten ebenfalls früher durchlaufen wird. Die Ausprägung des Reibungsminimums ist bei allen drei Lastfällen unterschiedlich. Für den Lastfall $\bar{p} = 7 \text{ MPa}$ ist der Betrag des Gradienten um das Minimum kleiner als beim Lastfall $\bar{p} = 3 \text{ MPa}$. Die Begründung hierfür liegt in den Verläufen des hydrodynamischen Drucks p_{hyd} und des Festkörperkontaktdrucks p_c nach Abbildung 5.5. So steigt der Kontaktdruck bei großen Lasten früher an und verläuft nicht so steil. Folglich ist der Quotient aus Kontaktdruck und hydrodynamischem Druck erheblich kleiner, so dass sich ein allmählicherer Übergang zwischen weicher und harter Mischreibung ergibt.



a) Hydrodynamischer Druck

b) Festkörperkontaktdruck

Abbildung 5.5: a) Verlauf des hydrodynamischen Drucks, b) Verlauf des Festkörperkontaktdrucks ($p_{zu} = 2 \text{ bar}$, $T_{zu} = 27 \text{ °C}$)

Die wichtigsten Informationen zum Reibungskoeffizienten und der Übergangsdrehzahl sind in Tabelle 5.3 zusammengefasst.

Tabelle 5.3: Kennwerte der Stribeck-Kurven

Lastfall	$\bar{p} = 3 \text{ MPa}$	$\bar{p} = 5 \text{ MPa}$	$\bar{p} = 7 \text{ MPa}$
Reibungskoeffizient $n=700$	$\mu = 0,0030$	$\mu = 0,0021$	$\mu = 0,0016$
Übergangsdrehzahl	$n_{kri} = 40 \text{ min}^{-1}$	$n_{kri} = 75 \text{ min}^{-1}$	$n_{kri} = 100 \text{ min}^{-1}$
Minimaler Reibungskoeffizient	$\mu = 0,00063$	$\mu = 0,00058$	$\mu = 0,00053$
Drehzahl am Reibungsminimum	$n_{min} = 34 \text{ min}^{-1}$	$n_{min} = 38 \text{ min}^{-1}$	$n_{min} = 47 \text{ min}^{-1}$

5.2.2 Temperaturentwicklung während des Auslaufversuchs

Mit Hilfe der gemessenen Temperaturen unterhalb der Lauffläche kann die Temperaturentwicklung während des Auslaufversuchs analysiert werden. In der Abbildung 5.6 ist dazu die gemessene Temperatur am Sensor T_9 , der in der Lastzone liegt, über der Drehzahl aufgetragen.

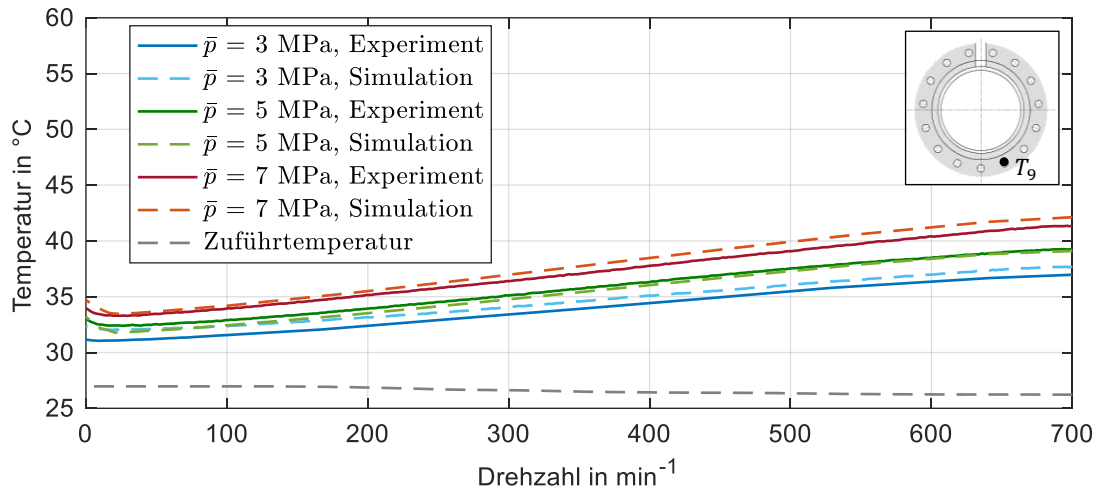


Abbildung 5.6: Entwicklung der Temperatur am Sensor T_9 bei unterschiedlichen Lastfällen ($p_{zu} = 2 \text{ bar}$, $T_{zu} = 27 \text{ °C}$)

Mit steigenden Lasten sinkt die minimale Schmierfilmhöhe, so dass die Geschwindigkeitsgradienten $\partial u / \partial y$ und $\partial w / \partial y$ größer werden und damit nach Gleichung (2.79) auch die Dissipation im Lager zunimmt, die unter diesen Betriebsrandbedingungen hauptsächlich in der Lastzone entsteht. Dies bewirkt ein höheres Temperaturniveau im Lager während des gesamten Versuchs. Außerdem liegt bei den Versuchen mit $\bar{p} = 5 \text{ MPa}$ und $\bar{p} = 7 \text{ MPa}$ ein Anstieg der Temperatur bei sehr geringen Drehzahlen vor. Diese Temperaturerhöhung wird durch die Dissipation an den Kontaktstellen verursacht und ist bei hohen Lasten ausgeprägter. Werden die gemessenen und berechneten Temperaturen für die Drehzahlen $n = 700 \text{ min}^{-1}$ und $n = 10 \text{ min}^{-1}$ verglichen, ergeben sich die Verteilungen nach der Abbildung 5.7.

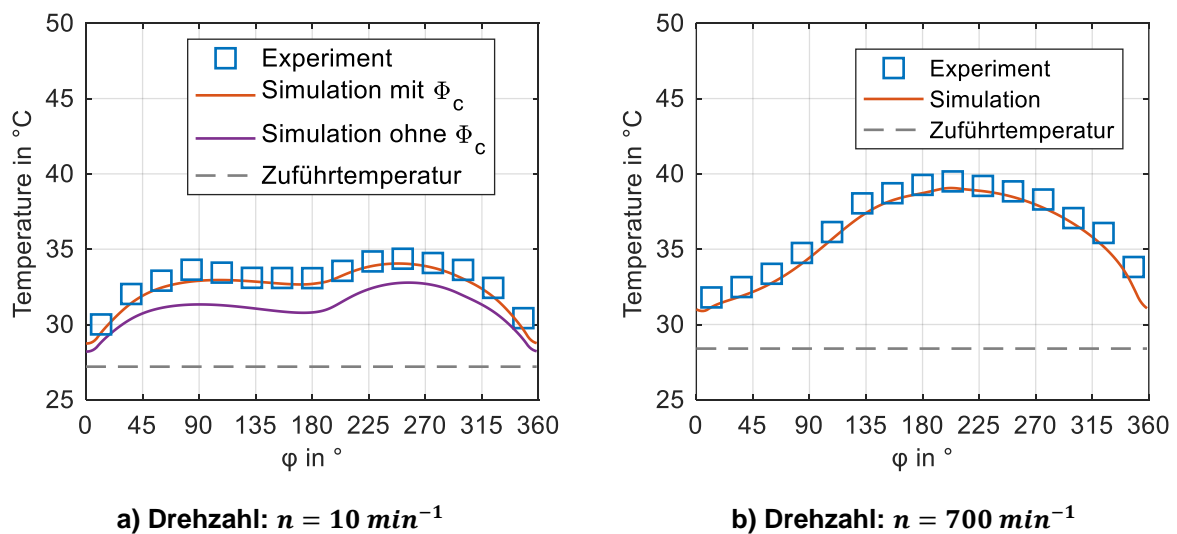


Abbildung 5.7: Temperaturverteilung über den Lagerumfang bei den Drehzahlen a) $n = 10 \text{ min}^{-1}$ und b) $n = 700 \text{ min}^{-1}$ ($\bar{p} = 5 \text{ MPa}$, $p_{zu} = 2 \text{ bar}$, $T_{zu} = 27 \text{ °C}$)

Indem die zusätzliche Dissipation in der Kontaktstelle Φ_c betrachtet wird, erhöht sich das gesamte Temperaturniveau um ca. $\Delta T = 1 \text{ K}$ und stimmt besser mit den gemessenen Temperaturen überein. In der aktuellen Untersuchung beträgt die Relativgeschwindigkeit zwischen der Welle und der Schale lediglich $u = 0,1 \text{ m/s}$, so dass der zusätzliche Energieeintrag relativ gering ist. Jedoch deutet das Ergebnis bereits darauf hin, dass bei höheren Drehzahlen und gleichzeitigem Betrieb in der Mischreibung der Dissipationsterm der Festkörperkontakte nicht mehr vernachlässigbar ist.

Weiterhin verschiebt sich das Temperaturmaximum während der Auslaufversuche in Umfangsrichtung. Bei hoher Drehzahl liegt das Temperaturmaximum kurz hinter dem Druckmaximum bei $\varphi = 200^\circ$, mit sinkender Drehzahl verschiebt es sich nach $\varphi = 260^\circ$ und in der Lastzone bei $\varphi = 180^\circ$ entsteht ein Temperaturminimum. Da die Rechnung für stationäre Betriebspunkte durchgeführt wurde und das gleiche Verhalten wie die Messung zeigt, scheiden transiente Effekte wie eine Wärmespeicherung der Bauteile aus. Vielmehr ist dieser Verlauf damit zu erklären, dass der 27°C kalte Schmierstoff das Lagergehäuse, das auf 45°C durch ein externes Gebläse aufgeheizt wurde, abkühlt. Aus diesem Grund sinken in den Bereichen mit Vollenfüllung und vergleichsweise hoher Strömungsgeschwindigkeit wie beispielsweise am engsten Spalt und der Zuführbohrung die Temperaturen. Dagegen ist die Temperatur im Kavitationsgebiet maximal. Diese Argumentation wird ebenfalls von den berechneten Wärmeströmen aus der Abbildung 5.8 unterstützt. Diese sind in Höhe der hydrostatischen Tasche und im Bereich des engsten Spalts maximal, wobei ein positiver Wärmestrom zwischen Schale und Schmierfilm vorliegt.

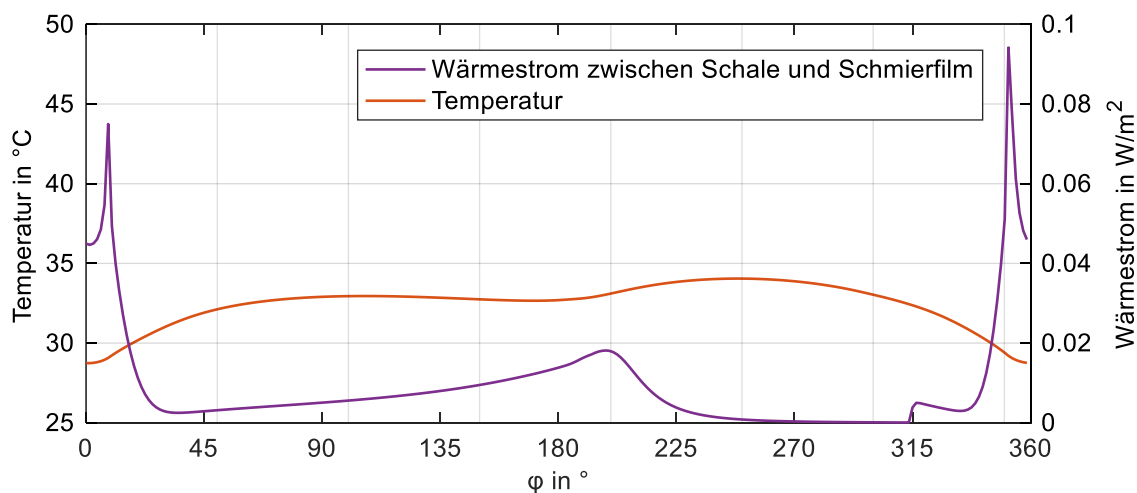


Abbildung 5.8: Verteilung der Temperatur und des Wärmestroms über den Lagerumfang, ($n = 10 \text{ min}^{-1}$, $\bar{p} = 5 \text{ MPa}$, $p_{zu} = 2 \text{ bar}$, $T_{zu} = 27^\circ\text{C}$)

5.2.3 Einfluss der Flussfaktoren

Die Flussfaktoren berücksichtigen die Auswirkungen der Oberflächenrauheit auf den hydrodynamischen Druckaufbau. So können sie die Tragfähigkeit des Lagers je nach Orientierung der Oberfläche erhöhen oder verringern. Anhand der Versuchsergebnisse wird nachfolgend der Einfluss der Flussfaktoren für praxisnahe Betriebsbedingungen quantifiziert. Der Vergleich der Stribeck-Kurven für den Lastfall $\bar{p} = 5 \text{ MPa}$ in Abbildung 5.9 zeigt, dass die Flussfaktoren bei relativ glatten Oberflächen nur wenig Auswirkungen auf die Gesamtcharakteristik des Lagers besitzen.

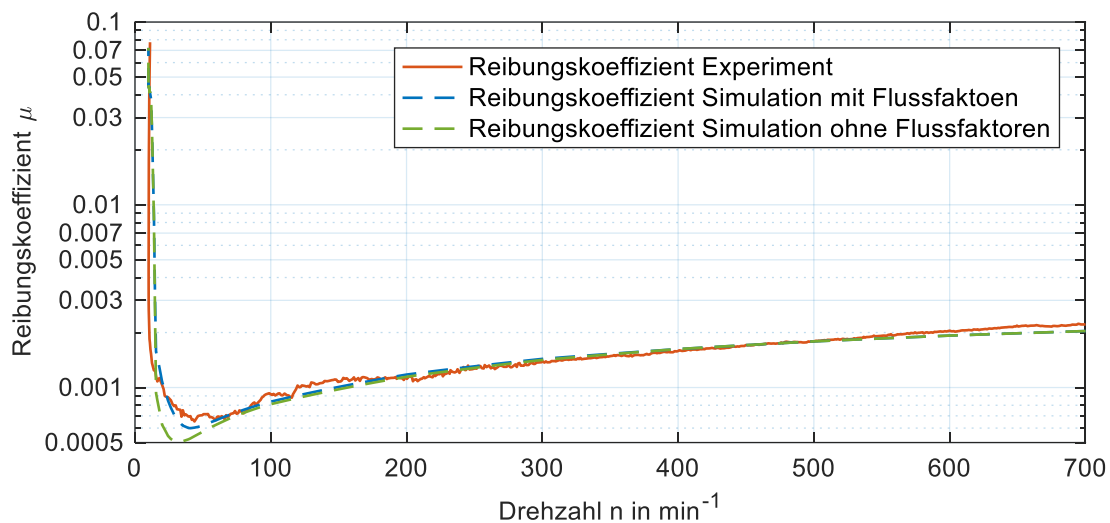


Abbildung 5.9: Stribeck-Kurven mit und ohne Berücksichtigung der Flussfaktoren ($\bar{p} = 5 \text{ MPa}$, $p_{zu} = 2 \text{ bar}$, $T_{zu} = 27 \text{ °C}$)

Beim Vergleich der Kurven zeigen sich erwartungsgemäß erst Abweichungen des Reibungskoeffizienten im Mischreibungsgebiet bei sehr kleinen Spaltweiten, wenn die Mikrogeometrie an Einfluss gewinnt. So nehmen die Auswirkungen der Flussfaktoren mit sinkender Drehzahl deutlich zu. Werden die Flussfaktoren berücksichtigt, wird der hydrodynamische Druckaufbau in Umfangsrichtung behindert, da der Druckflussfaktor Φ_x^p größer als 1 ist und die minimale Spalthöhe abnimmt. Gleichzeitig erhöhen zwar der Druckflussfaktor in axiale Richtung Φ_z^p und der Scherflussfaktor Φ_x^s die Tragfähigkeit des Lagers. Sie können jedoch die Auswirkungen des Druckflussfaktors Φ_x^p nicht egalisieren. Aufgrund der geringen Relativgeschwindigkeiten ist der Einfluss des Scherflussfaktors relativ gering und die Druckgradienten in Umfangsrichtung sind deutlich steiler und einflussreicher als diejenigen in axialer Richtung. Dies hat insgesamt zur Folge, dass der hydrodynamische Druck abnimmt und früher Festkörperkontakt zum Ausgleich der äußeren Kräfte auftritt. Dadurch ist das

Minimum des Reibungskoeffizienten bei einer Simulation mit Flussfaktoren nicht mehr so ausgeprägt. Diese Theorie wird durch die Verläufe des hydrodynamischen Drucks p_{hyd} und des Festkörperkontaktdrucks p_c aus Abbildung 5.10 gestützt.

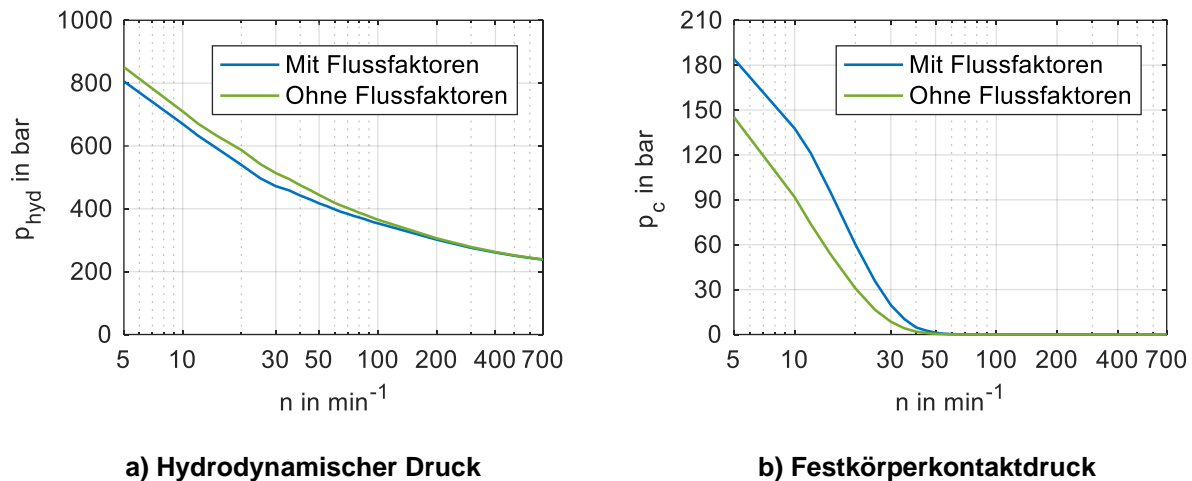


Abbildung 5.10: a) Verlauf des hydrodynamischen Drucks, b) Verlauf des Festkörperkontaktdrucks mit und ohne Flussfaktoren ($\bar{p} = 5 \text{ MPa}$, $p_{zu} = 2 \text{ bar}$, $T_{zu} = 27 \text{ °C}$)

Insgesamt entspricht die Simulation mit Flussfaktoren besser den gemessenen Ergebnissen, jedoch sind die Auswirkungen auf den Reibungskoeffizienten vernachlässigbar gering, so dass auch hier die Flussfaktoren nicht zwingend berücksichtigt werden müssen. In dem linken Diagramm aus Abbildung 5.10 sind die Maximalwerte des hydrodynamischen Drucks aufgetragen. Jedoch ändert sich neben diesen Extremwerten auch die gesamte Druckverteilung, die für die Drehzahl $n = 5 \text{ min}^{-1}$ in der Abbildung 5.11 dargestellt ist.

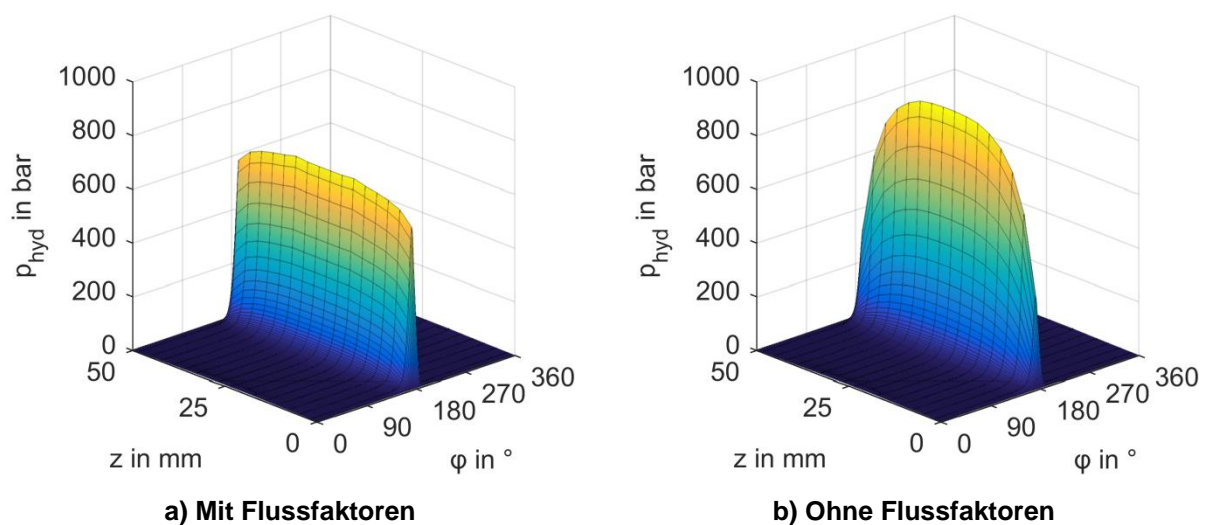


Abbildung 5.11: Dreidimensionale Druckverteilung a) mit Flussfaktoren und b) ohne Flussfaktoren ($n = 5 \text{ min}^{-1}$, $\bar{p} = 5 \text{ MPa}$, $p_{zu} = 2 \text{ bar}$, $T_{zu} = 25 \text{ °C}$)

So sind zwar die Maximaldrücke bei der Rechnung mit Flussfaktoren kleiner, jedoch fallen diese in z -Richtung auch erheblich langsamer ab. Hierfür ist der Druckflussfaktor in z -Richtung $\Phi_z^p < 1$ verantwortlich, der die Strömung behindert und somit den Druckaufbau in axialer Richtung unterstützt.

Die Sensitivitätsanalyse bestätigt, dass die Flussfaktoren vor allem den hydrodynamischen Druck beeinflussen. Mit glatter werdenden Oberflächen nimmt diese Rückwirkung deutlich ab. Dagegen sind die Einflüsse auf die minimale Spalthöhe nahezu vernachlässigbar und die berechneten Unterschiede bewegen sich innerhalb numerischer Fehler. Aus diesem Grund ist es bei sehr glatten Oberflächen nicht zwingend erforderlich, die Flussfaktoren zu berücksichtigen.

5.2.4 Transienter Hochlauf

Während des Betriebs erwärmen sich infolge der Dissipation im Schmierfilm und der Reibung in den Kontaktstellen die Komponenten des Lagers und dehnen sich in Folge der Temperaturänderung aus. Dies kann das effektive Lagerspiel maßgeblich beeinflussen und somit die komplette Lagercharakteristik ändern. Gerade beim Kontakt zweier Bauteile kann eine sehr große Wärmemenge entstehen, so dass das Lagermaterial bei längerem Betrieb schädliche Umwandlungsprozesse erfährt. Soll nun ein Hochlauf berechnet werden, bei dem Mischreibung nur sehr kurzfristig auftritt, würde eine stationäre Rechnung ein deutlich zu hohes Temperaturniveau vorhersagen. Durch eine transiente Simulation kann dagegen eine realistische Beurteilung der thermodynamischen Verhältnisse erfolgen und damit beispielsweise die Notwendigkeit einer hydrostatischen Anfahrhilfe oder einer Heizung zur Vorerwärmung des Prüfstands abgeschätzt werden. Damit ist die Kenntnis des Reibungszustands und der Temperaturentwicklung während des gesamten Anlaufvorgangs von großem wirtschaftlichem Interesse.

Da die Last für alle Simulationen konstant bleibt und sich die Spalthöhen sehr langsam ändern, ist es ausreichend, nur die Energiegleichungen (2.77), (2.81) und (2.82) instationär zu lösen. Zur Validierung des transienten thermischen Lagermodells wird der Lagerprüfstand aus Abbildung 5.1 innerhalb von $t = 15 \text{ s}$ auf die Betriebsdrehzahl $n = 4000 \text{ min}^{-1}$ beschleunigt und die Entwicklung der Lagertemperaturen an vier Temperatursensoren ausgewertet.

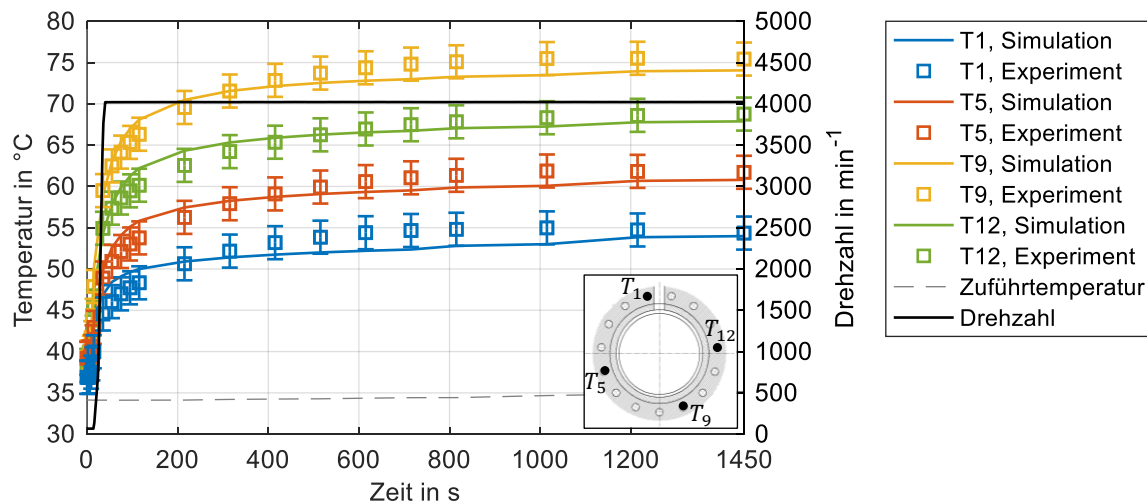


Abbildung 5.12: Temperaturentwicklung bei einem schnellen Hochlauf, ($\bar{p} = 0,8 \text{ MPa}$, $p_{zu} = 2 \text{ bar}$, $T_{zu} = 35 \text{ °C}$)

In Abbildung 5.12 erreicht die Drehzahl bereits nach $t = 15 \text{ s}$ ihren Maximalwert. Jedoch dauert es ca. $t = 1450 \text{ s}$ bis sich das Lagermaterial auf seinen stationären Endwert aufwärmt und die gemessenen Temperaturen annähernd konstant sind. Die Dauer bis zum Ausbilden eines stationären Temperaturprofils wird dabei maßgeblich von der Wärmekapazität und der Masse der modellierten Festkörperkomponenten beeinflusst. Im Vergleich dazu wird ein quasistationärer Hochlauf mit der Dauer $t = 3,5 \text{ h}$ in Abbildung 5.13 untersucht.

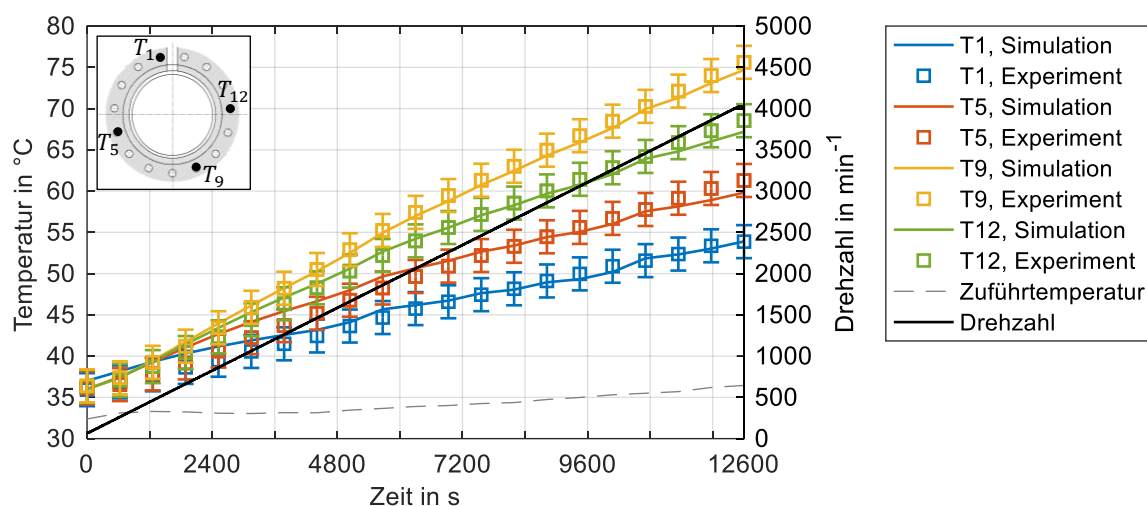


Abbildung 5.13: Temperaturentwicklung bei einem quasistationären Hochlauf, ($\bar{p} = 0,8 \text{ MPa}$, $p_{zu} = 2 \text{ bar}$, $T_{zu} = 35 \text{ °C}$)

Bei diesem steigen die gemessenen und berechneten Temperaturen nahezu linear und nicht mehr degressiv an. Die maximalen Endtemperaturen sind jedoch identisch und damit unabhängig vom Startprozess.

Nachdem das transiente, thermische Modell für Startvorgänge erfolgreich mit den Messergebnissen validiert werden konnte, kann untersucht werden, welchen Einfluss die Startdauer auf das relative Lagerspiel besitzt. Wie in Abbildung 5.1 gezeigt, befindet sich das Gleitlager in einem Lagercontainer aus Stahl. Aufgrund der Dissipation im Schmierfilm und an den Festkörperkontakten beginnen sich Welle, Lager und Container unterschiedlich schnell auszudehnen und verändern somit das effektive relative Lagerspiel ψ_{eff} . Daher wird die Beschleunigung des Lagers auf Maximaldrehzahl in $t = 15\text{ s}$, $t = 500\text{ s}$ und $t = 6000\text{ s}$ untersucht und die Entwicklung des effektiven relativen Lagerspiels ψ_{eff} in Abbildung 5.14 analysiert.

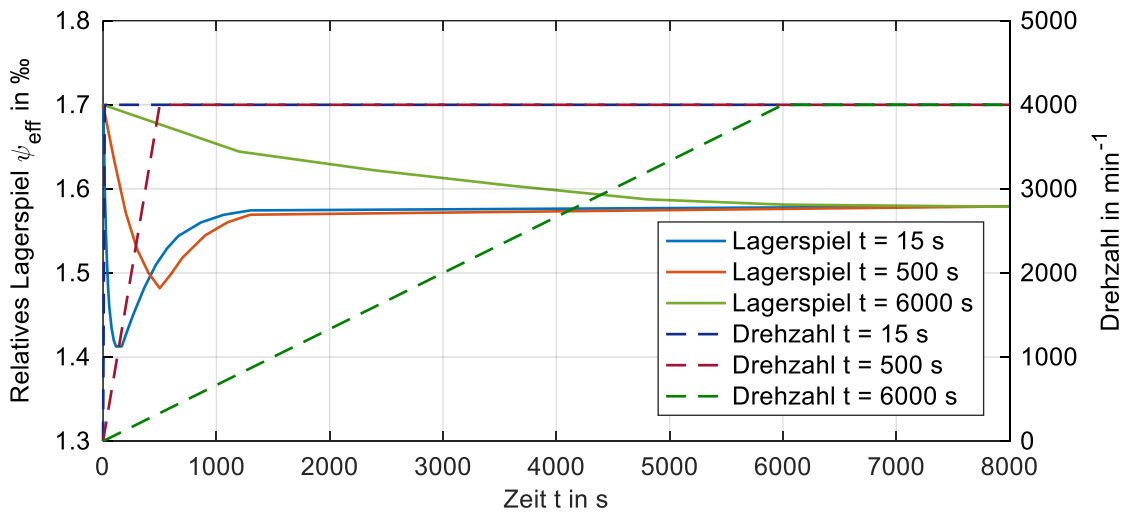


Abbildung 5.14: Entwicklung des effektiven Lagerspiels bei unterschiedlich langen Startvorgängen, $\bar{p} = 5\text{ MPa}$, $p_{zu} = 2\text{ bar}$, $T_{zu} = 30\text{ °C}$

Je schneller der Startvorgang abläuft, desto kleiner wird das Lagerspiel. Dies liegt an der unterschiedlichen Zeitdauer, die zur Erwärmung der Lagerkomponenten notwendig ist. Für die genauere Erklärung wird zunächst die Gleichung zur Berechnung des effektiven relativen Lagerspiels ψ_{eff} eingeführt.

$$\psi_{eff}(t_i) = \psi_{eff}(t_{i-1}) - K_w(\bar{T}_w(t_i) - T_{0,w}) - \frac{2 t_L}{d} \cdot K_L(\bar{T}_L(t_i) - T_{0,L}) + \frac{2 t_C}{d} \cdot K_C(\bar{T}_C(t_i) - T_{0,C}) \quad (5.2)$$

In dieser ist d der Wellendurchmesser, t die Dicke des Lagers bzw. Containers, K der Wärmeausdehnungskoeffizient, \bar{T} die mittlere Bauteiltemperatur und T_0 die Anfangstemperatur. Der Index W steht für die Welle, der Index L für das Lager und der Index C für den Container. Da der E-Modul des Lagers viel kleiner als der E-Modul des Stahlcontainers ist, wächst dieses radial nach innen und reduziert damit gemeinsam mit der thermischen Ausdehnung der Welle das Lagerspiel. Der Stahlcontainer kann sich zwar nach außen thermisch ausdehnen und vergrößert das Lagerspiel, jedoch dauert das Aufheizen aufgrund des Größenunterschieds zum Lager sehr viel länger. Die unterschiedliche Zeitspanne bis zum Erreichen der maximalen Temperatur wird aus der Abbildung 5.15 ersichtlich.

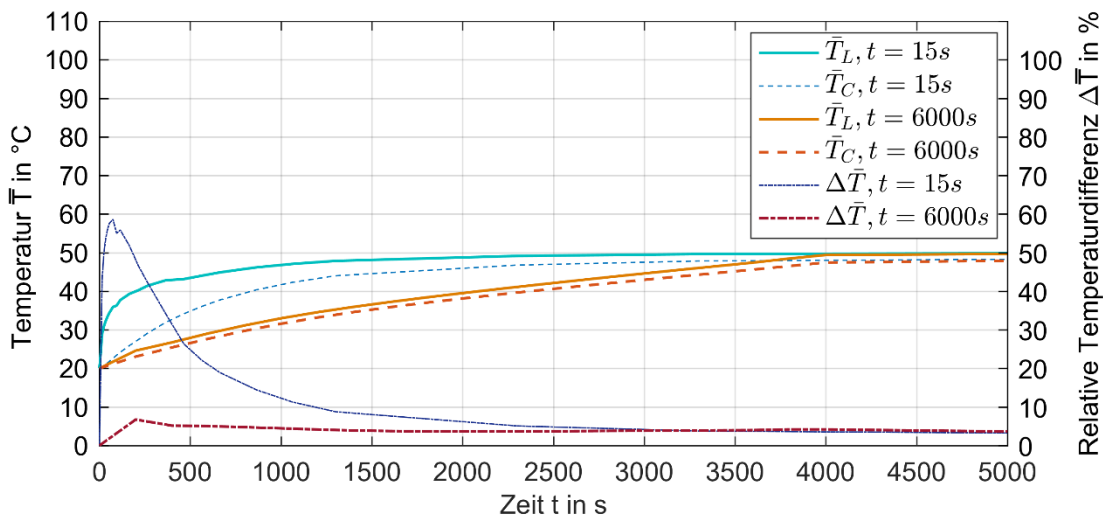


Abbildung 5.15: Temperaturentwicklung bei unterschiedlich langen Startvorgängen, $\bar{p} = 5\text{ MPa}$, $p_{zu} = 2\text{ bar}$, $T_{zu} = 30\text{ }^{\circ}\text{C}$

So entsteht bei einem sehr schnellen Anfahrvorgang von $t = 15\text{ s}$ trotz gleicher Anfangstemperatur zwischenzeitlich eine maximale Temperaturdifferenz zwischen Lager und Container von knapp 60 %. Dieses Maximum tritt etwa 60 Sekunden nachdem die Welle ihre maximale Drehzahl erreicht hat, auf. Dagegen ist die Temperaturdifferenz bei einem quasistationären Start annähernd konstant. Weiterhin ist das Lager generell etwas wärmer als der Container, da dieses näher an der Wärmequelle im Schmierspalt liegt. Aufgrund dieser zwischenzeitlichen Temperaturdifferenz und des wesentlich größeren Wärmeausdehnungskoeffizienten des Lagermaterials besteht bei einer sehr schnellen Beschleunigung der Welle die Gefahr, dass der Lagerpalt komplett zuwächst und das Lager zerstört wird. Bei einem langsameren Start wird dem Container genügend Zeit gegeben, sich aufzuheizen und auszudehnen und die Gefahr, dass das Lagerspiel komplett zuwächst wird verringert.

Folglich ist es möglich mit dem thermischen Lagermodell eine Empfehlung bezüglich der Hochlaufzeit zu geben und die bestehenden Risiken rechnerisch zu beurteilen.

5.3 Validierung des Verschleißmodells

Wird ein Gleitlager über längere Zeit in harter Mischreibung betrieben, entsteht an den Kontaktstellen ein Abrieb des weicheren Lagermaterials. Diese damit einhergehende lokale Änderung der Gleitflächenkontur kann die Lagercharakteristik ändern und ist daher auch bei der Analyse weiterer Betriebspunkte, die selbst nicht mehr im Mischreibungsgebiet liegen, relevant. Somit ist es von großer Bedeutung, die Verschleißentwicklung möglichst genau vorhersagen zu können. Da der gesamte Verschleißprozess ein äußerst komplexer Vorgang ist, wird in dieser Untersuchung lediglich ein stationärer Betriebspunkt analysiert. Um eine messbare Verschleißmenge zu erzeugen, wird das sehr verschleißfeste Lagermaterial mit der maximal möglichen Kraft $F = 35 \text{ kN}$ ($\bar{p} = 7 \text{ MPa}$) belastet. Mit Hilfe der zugehörigen Stribeck-Kurve aus Abbildung 5.4 wird die Drehzahl auf $n = 20 \text{ min}^{-1}$ festgelegt, so dass ein hoher Festkörpertraganteil vorliegt.

Bei der experimentellen Durchführung werden drei Lager untersucht, die alle die Geometrie aus Tabelle 5.2 besitzen und sich lediglich in ihrer Oberflächenrauheit unterscheiden. Die einzelnen Versuchsparameter sind in der Tabelle 5.4 aufgelistet.

Tabelle 5.4: Versuchsbedingungen und Ergebnisse für die Verschleißversuche

	Last	Drehzahl	Dauer	Rauheit R_q (v/n)	Einlaufdauer	Verschleißmenge
Versuch 1	7 MPa	20 min^{-1}	50 h	1,25 μm /1,05 μm	11,6 h	4,64 mm^3
Versuch 2	7 MPa	20 min^{-1}	16,5 h	1,34 μm /1,11 μm	12,0 h	3,83 mm^3
Versuch 3	7 MPa	20 min^{-1}	17,0 h	2,04 μm /1,69 μm	12,2 h	4,62 mm^3

In den Versuchen 1 und 2 werden zwei Lager analysiert, die auf die gleiche Weise endbearbeitet wurden und damit eine vergleichbare Rauheit besitzen. Allerdings dauert der erste Versuch $t = 50 \text{ h}$, während der zweite Versuch beendet wird, sobald der Einlauf des Lagers abgeschlossen ist und die Kontaktspannung konstant ist. In dem letzten Versuch wird ein Lager mit einer deutlich rauerer Oberfläche bis zum Erreichen einer unveränderlichen Kontaktspannung getestet. In Abbildung 5.16 sind die unterschiedlichen Verläufe der Kontaktspannungen über der Zeit dargestellt.

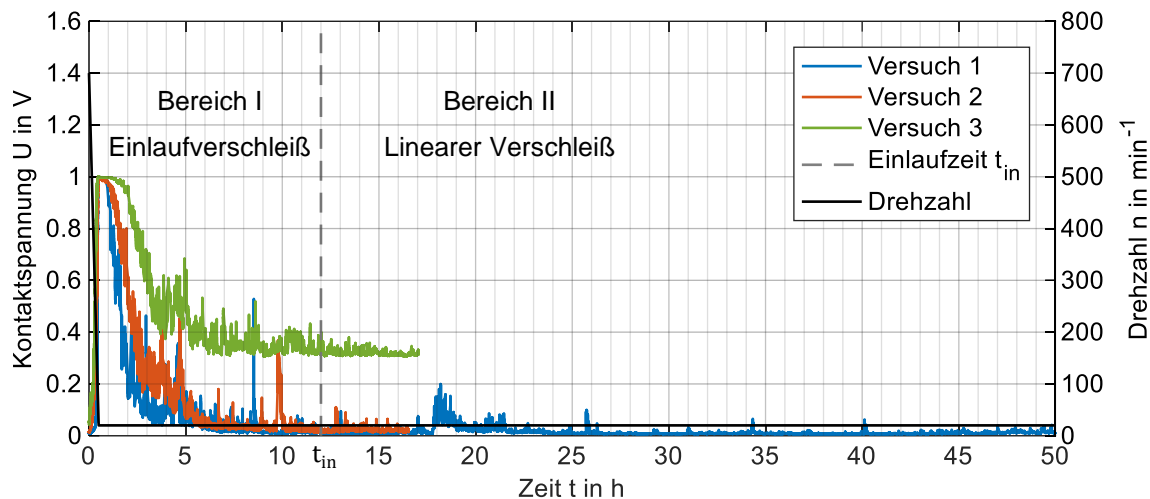


Abbildung 5.16: Entwicklung der Kontaktspannung, $n = 20 \text{ min}^{-1}$, $\bar{p} = 7 \text{ MPa}$, $p_{zu} = 2 \text{ bar}$, $T_{zu} = 30 \text{ °C}$

Bei der Durchführung des Versuchs wird die Drehzahl innerhalb von 30 Minuten von 700 min^{-1} auf 20 min^{-1} reduziert. Dabei steigt die Kontaktspannung auf ihren Maximalwert an und erste Verschleißpartikel entstehen. Mit zunehmender Versuchsdauer fällt die Kontaktspannung ab und nimmt einen konstanten Wert an. Bei den Versuchen 1 und 2 fällt die gemittelte Kontaktspannung auf nahezu 0 V , so dass der hydrodynamische Traganteil stark dominiert. Bei dem etwas raueren Lager sinkt die Kontaktspannung nur etwas unter $0,4 \text{ V}$.

Mit Hilfe der Kontaktspannungsmessung kann der Versuch in zwei Bereiche unterteilt werden. In dem Bereich I findet der Einlauf statt, die Rauheitsspitzen werden abgetragen und es bildet sich ein Tragspiegel aus. Nachdem die Kontaktspannung nicht weiter abfällt nimmt der Verschleiß im Bereich II linear zu. Die Dauer des Einlaufs ist bei allen Versuchen vergleichbar und beträgt $t_{in} \approx 12 \text{ h}$. Zur Berücksichtigung des Einlaufvorgangs wird die Lagersoberfläche vor und nach dem Versuch vermessen und entsprechend Abbildung 5.17 der Festkörperkontakttdruck und die Flussfaktoren berechnet.

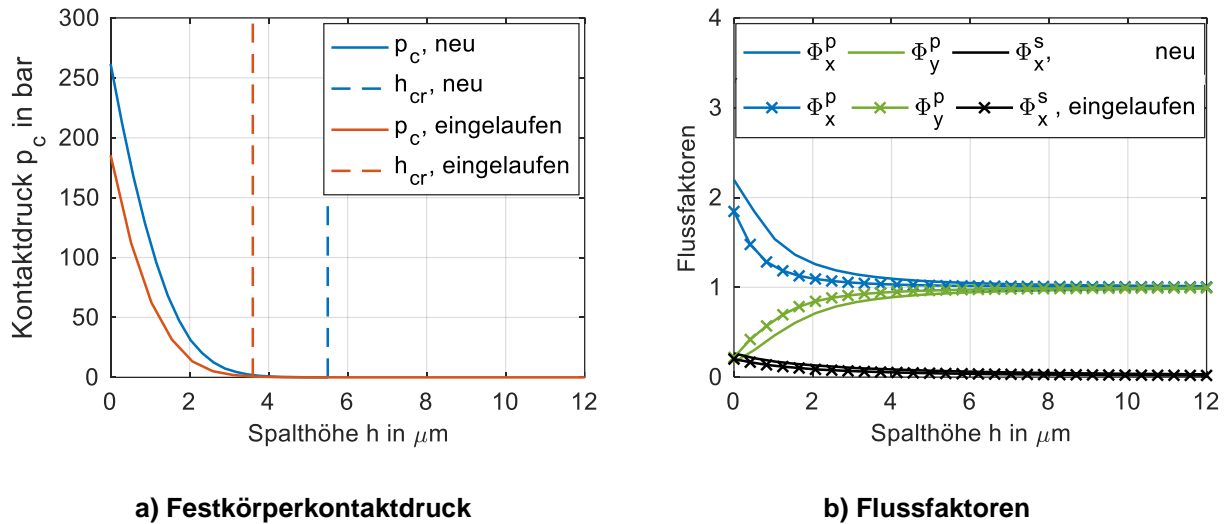


Abbildung 5.17: Verlauf a) des Festkörperkontaktdrucks und b) der Flussfaktoren der neu- und der eingelaufenen Oberfläche für die Versuche 1 und 2

Bei der eingelaufenen Oberfläche sinken die kritische Spalthöhe und folglich auch der Festkörperkontaktdruck. Des Weiteren fallen die Flussfaktoren nicht mehr so stark ins Gewicht. Die Entwicklung dieser Kennwerte aufgrund des Einlaufvorgangs wird in [76] ebenfalls beobachtet.

Die Verschleißmenge wird nach Versuchsende mit Hilfe einer Rundheitsmessung ermittelt. Dazu wurde die Kontur des neuen Lagers und des verschlissenen Lagers an zehn über die Lagerbreite verteilte Positionen gemessen. In Abbildung 5.18 wird der lokale Abstand der Gleitfläche zur zentrisch positionierten Welle in der Lagermitte $z = 25 \text{ mm}$ dargestellt.

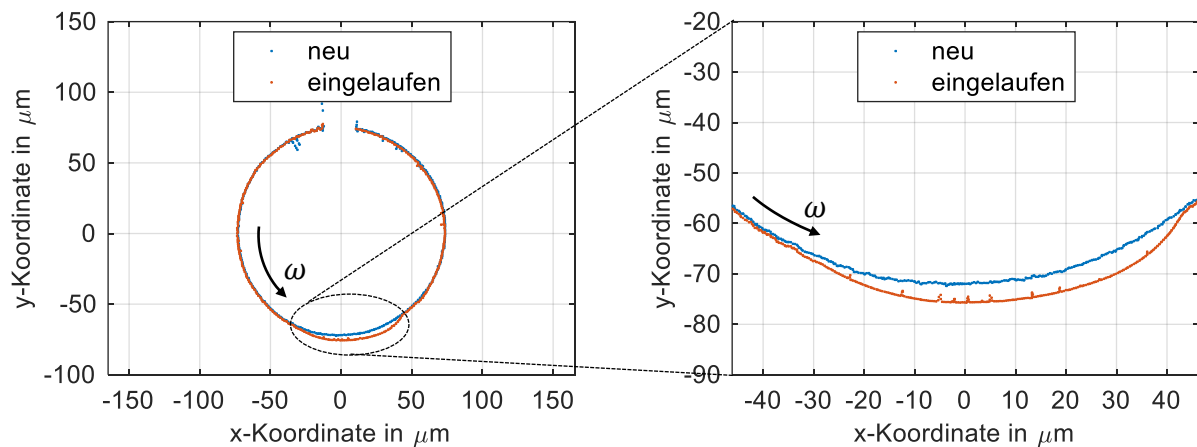


Abbildung 5.18: Rundheitsmessung des Versuchs 1 in der Lagermitte $z = 25 \text{ mm}$ ($n = 20 \text{ min}^{-1}$, $\bar{p} = 7 \text{ MPa}$, $p_{zu} = 2 \text{ bar}$, $T_{zu} = 30 \text{ }^\circ\text{C}$)

Die gemessenen Konturen liegen im unbelasteten Bereich übereinander und weichen lediglich in der Lastzone zwischen 170° und 210° deutlich voneinander ab. Nach der Auswertung aller Messschriebe ergeben sich über die Lagerbreite die folgenden Verläufe für die maximale Verschleißhöhe h_w an verschiedenen axialen Positionen.

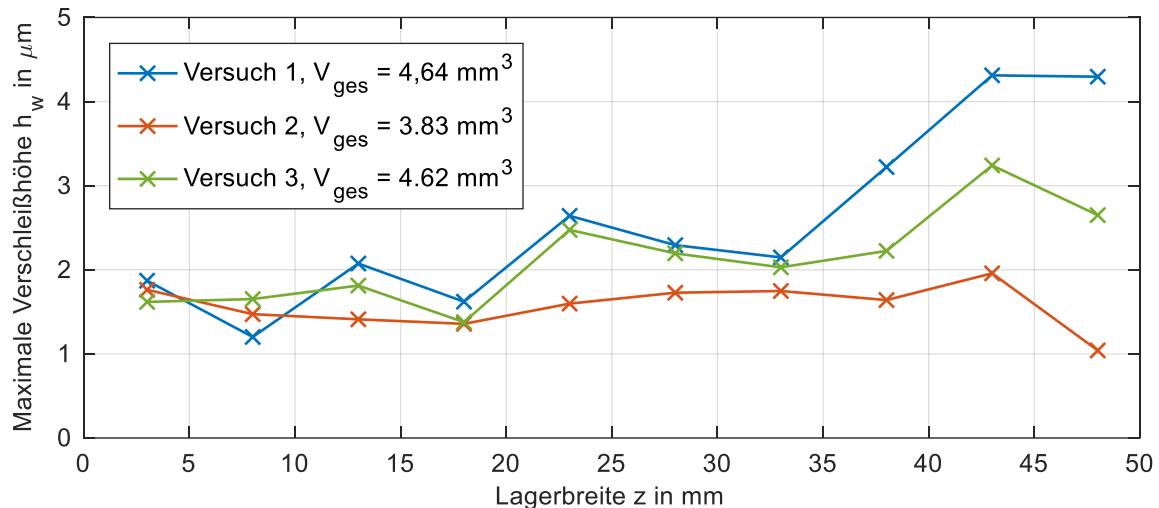


Abbildung 5.19: Verlauf der Verschleißtiefe über die Lagerbreite z ($n = 20 \text{ min}^{-1}$, $\bar{p} = 7 \text{ MPa}$, $p_{zu} = 2 \text{ bar}$, $T_{zu} = 30^\circ\text{C}$)

Die Auswertung der Verschleißmenge aus Abbildung 5.19 bestätigt zunächst, dass bei vergleichbarer Rauheit der Oberfläche und identischen Betriebsbedingungen eine längere Laufzeit zu mehr Verschleiß führt. Obwohl die Kontaktspannung in Abbildung 5.16 einen annähernd verschleißfreien Betrieb suggeriert, muss betont werden, dass die aufgetragene Kenngröße über einen Zeitraum von 5 Sekunden gemittelt wurde und es durchaus immer wieder Zeitabschnitte gibt, in denen Festkörperkontakt zwischen der Welle und dem Lager besteht und somit auch Verschleiß entsteht. Hierzu zeigt Abbildung 5.20 den zeitlichen Verlauf des gemessenen und des gemittelten Signals der Kontaktspannung.

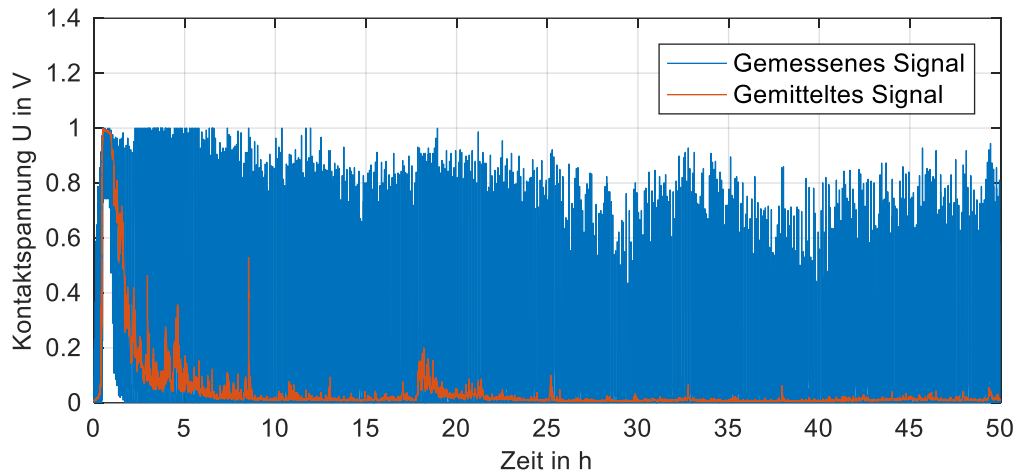


Abbildung 5.20: Verlauf der gemessenen und gemittelten Kontaktspannung für Versuch 1 ($n = 20 \text{ min}^{-1}$, $\bar{p} = 7 \text{ MPa}$, $p_{zu} = 2 \text{ bar}$, $T_{zu} = 30 \text{ °C}$)

Nachdem die Verläufe des Kontaktdrucks und der Flussfaktoren vorliegen, die Dauer des Einlaufs experimentell mit der Kontaktspannungsmessung bestimmt wurde und die Verschleißkennwerte für das tribologische System aus den Stift-Scheibe Versuchen bekannt sind, können die Verschleißvorgänge auch berechnet werden. Die Ergebnisse sind in der Abbildung 5.21 dargestellt.

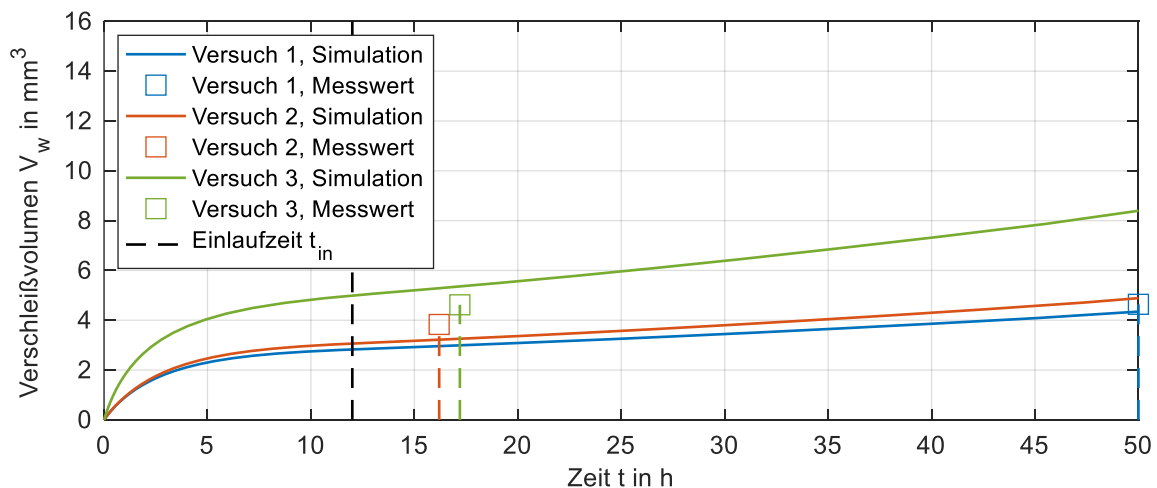


Abbildung 5.21: Entwicklung der Verschleißmenge über der Zeit ($n = 20 \text{ min}^{-1}$, $\bar{p} = 7 \text{ MPa}$, $p_{zu} = 2 \text{ bar}$, $T_{zu} = 30 \text{ °C}$)

Bei den Rechenergebnissen für alle drei Versuche ist deutlich eine degressive Zunahme des Verschleißvolumens während des Einlaufs zu erkennen und anschließend ein linearer Anstieg. Auch der Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen deutet auf eine qualitative Übereinstimmung hin. Bei den Versuchen 1 und 2, in denen ein Lager mit einer glatteren Oberfläche berechnet wurde, ist der Anstieg des

Verschleißvolumens direkt nach dem Start etwas flacher als bei dem Versuch 3. Weiterhin kann eine unterschiedlich starke Steigung im linearen Bereich festgestellt werden, so dass letztendlich die Verschleißmenge bei einer rauerer Oberfläche signifikant größer ist. Der unterschiedliche Gradient im linearen Bereich korreliert dabei mit der Kontaktspannung. So ist die gemittelte Kontaktspannung im Versuch 1 und 2 nach dem Einlauf nahezu Null und dementsprechend ist die Zunahme der Verschleißmenge relativ gering. Dagegen fällt die Kontaktspannung bei dem rauerer Lager nur auf etwa 0,4 V ab, so dass sich die Verschleißmenge über der Zeit immer stärker von den Versuchen 1 und 2 unterscheidet. Damit konnte rechnerisch und experimentell bestätigt werden, dass glattere Oberflächen hinsichtlich eines längeren Betriebs in der Mischreibung den rauerer Oberflächen vorzuziehen sind und die Oberflächenendbearbeitung damit einen sehr hohen Stellenwert einnimmt.

Da es in der Praxis nicht möglich ist, Einlaufvorgänge durch Kontaktspannungsmessungen zu charakterisieren, ist es vorteilhaft, die Einlaufzeit in Gleichung (3.20) durch eine andere Größe zu ersetzen, die nicht experimentell bestimmt werden muss. Einen möglichen Ansatz kann dabei die berechnete Verschleißhöhe am Ende des Einlaufs $h_{w,in}$ bieten, die auch schon von Bartel [30] in seinen Simulationen verwendet wurde.

$$p_c = \begin{cases} p_{c,neu} - \sqrt[n]{\left(1 - \frac{|h_{w,in} - h_w|^n}{h_{w,in}^n}\right)} (p_{c,neu} - p_{c,in})^n, & h_w < h_{w,in} \\ p_{c,in} & , \quad h_w \geq h_{w,in} \end{cases} \quad (5.3)$$

Mit Hilfe der durchgeführten Simulationen konnte zwischen der Verschleißhöhe nach dem Einlauf und der quadratischen Mittenrauheit bereits der folgende Zusammenhang aus Tabelle 5.5 festgestellt werden.

Tabelle 5.5: Ermittlung der Verschleißhöhe nach dem Einlaufvorgang

	Rauheit R_q (neu)	Verschleißhöhe nach dem Einlauf $h_{w,in}$	Verhältnis $h_{w,in}/R_q$
Versuch 1	1,25 μm	2,7 μm	2,16
Versuch 2	1,34 μm	3,0 μm	2,24
Versuch 3	2,04 μm	4,47 μm	2,19

So könnte ein möglicher Ansatz für eine schnelle Abschätzung der Verschleißhöhe nach dem Einlauf die Multiplikation der quadratischen Mittenrauheit mit einem experimentellen Erfahrungswert sein.

$$h_{w,in} \approx 2,2 \cdot R_q \quad (5.4)$$

Dieses Vorgehen bedarf jedoch weiterer Untersuchungen von Lagern mit unterschiedlicher Rauheit bei verschiedenen Betriebsbedingungen.

Ein weiterer interessanter Aspekt bei der Verschleißsimulation ist die Entwicklung des maximalen Festkörperkontaktdrucks und des maximalen hydrodynamischen Drucks, die in der Abbildung 5.22 gezeigt ist.

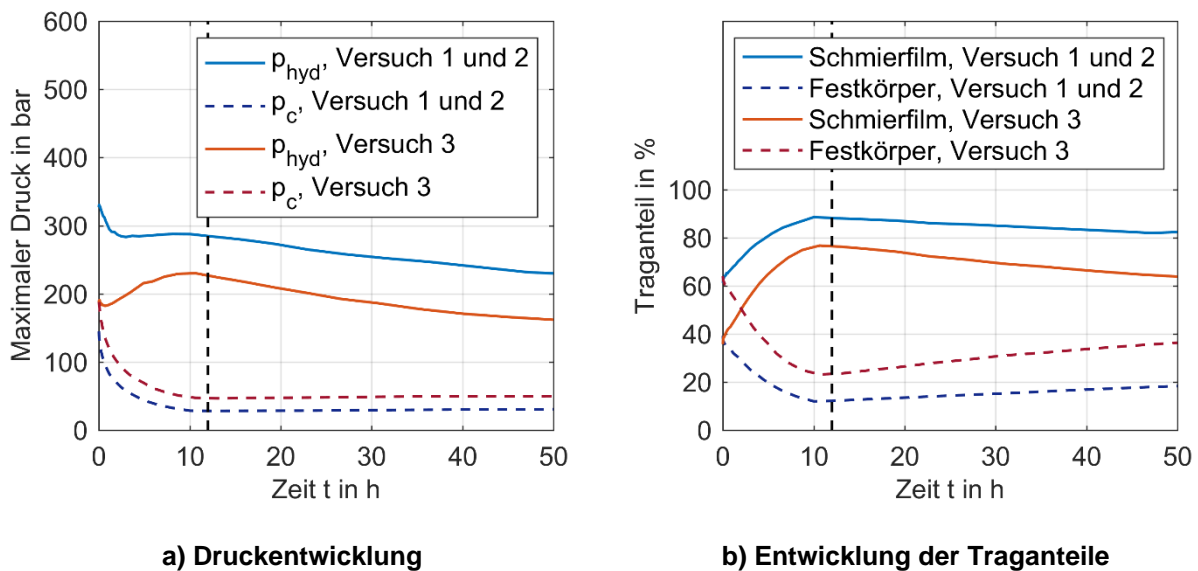


Abbildung 5.22: Entwicklung der a) Drücke und b) Traganteile bei Verschleiß ($n = 20 \text{ min}^{-1}$, $\bar{p} = 7 \text{ MPa}$, $p_{zu} = 2 \text{ bar}$, $T_{zu} = 30 \text{ °C}$) Bild ändern

Bei allen Versuchen nimmt der Festkörperkontaktdruck stark ab und bleibt nach dem Einlaufverschleiß annähernd konstant. Dabei ist der Traganteil der Festkörper bei einem Lager mit einer rauerer Oberfläche deutlich oberhalb des Traganteils des Lagers mit der glatteren Oberfläche. Der maximale hydrodynamische Druck p_{hyd} fällt direkt nach dem Start ab und steigt dann während des Einlaufvorgangs wieder an. Dies ist damit zu erklären, dass direkt nach dem Start die minimale Spalthöhe am geringsten ist und damit selbst kleinste Änderungen den maximalen hydrodynamischen Druck beeinflussen. Das gleiche gilt für den Festkörperkontaktdruck. Während der Einlaufzeit geht in Abbildung 5.17 die Kurve des Kontaktdrucks für den Neuzustand in die Kurve für den eingelaufenen Zustand über, deren Niveau deutlich niedri-

ger ist. Die Differenz muss durch den hydrodynamischen Druck im Schmierfilm ausgeglichen werden, damit weiterhin das mechanische Gleichgewicht besteht. Aus diesem Grund steigt der hydrodynamische Druck während des Einlaufs an, um den kontinuierlichen Rückgang des Festkörperkontaktdrucks zu kompensieren.

Im linearen Verschleißbereich sinkt der maximale hydrodynamische Druck aufgrund des Materialabtrags und der damit einhergehenden Vergrößerung der minimalen Spalthöhe. Jedoch sind die Auswirkungen des Verschleißes auf den Kontaktdruck in diesem Bereich vernachlässigbar gering, da dieser ab einer bestimmten Spalthöhe nur noch sehr wenig auf eine Änderung von h reagiert. Dagegen geht die Spalthöhe in die Reynolds'sche Differenzialgleichung mit dem Exponenten 3 ein, so dass der hydrodynamische Druck wesentlich sensibler gegenüber Spaltänderungen ist. Daher nimmt auf Dauer der Festkörpertraganteil zu und der hydrodynamische Traganteil ab.

Werden der Festkörperkontaktdruck und der hydrodynamische Druck in der Lagermitte über den Umfang zu verschiedenen Zeitpunkten aufgetragen, ist der Abbau der Druckmaxima in Abbildung 5.23 deutlich zu erkennen.

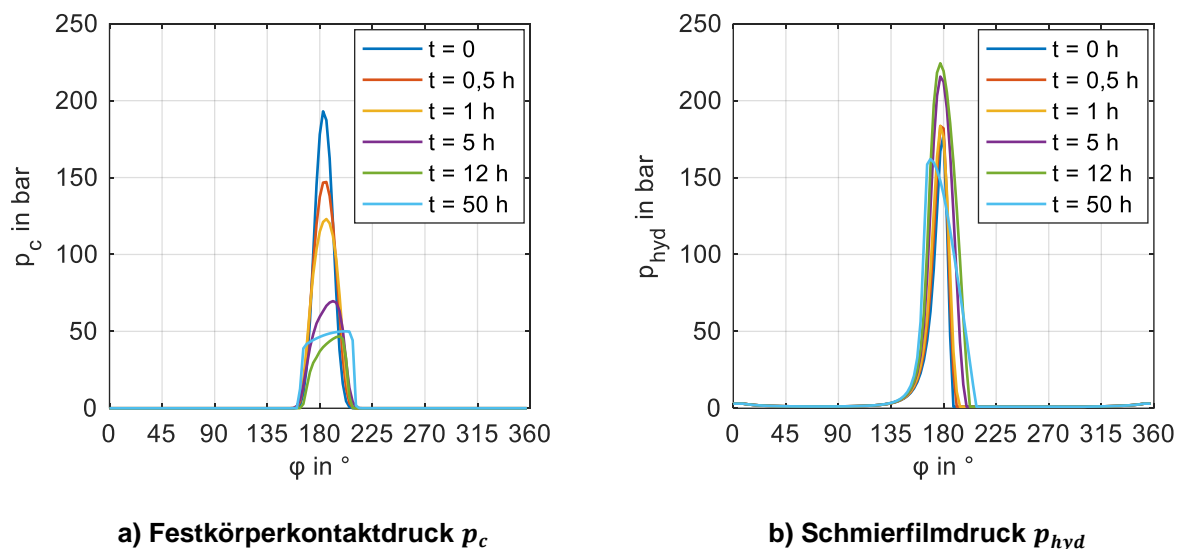


Abbildung 5.23: Entwicklung des Festkörperkontaktdrucks und des hydrodynamischen Schmierfilmdrucks in der Lagermitte $z = 25 \text{ mm}$ ($n = 20 \text{ min}^{-1}$, $\bar{p} = 7 \text{ MPa}$, $p_{zu} = 2 \text{ bar}$, $T_{zu} = 30 \text{ }^\circ\text{C}$)

So sinkt der maximale Festkörperkontaktdruck innerhalb der ersten 5 h von knapp 200 bar auf ca. 70 bar und nimmt somit um ca. 65% ab. Anschließend fällt der Festkörperkontaktdruck nur noch geringfügig, jedoch vergrößert sich die tragende Fläche in Umfangsrichtung und das Druckmaximum ist nicht mehr so ausgeprägt erkennbar.

Beim hydrodynamischen Druck ist am Anfang der Anstieg des Druckniveaus zu erkennen und im weiteren Verlauf der kontinuierliche Rückgang. Darüber hinaus ändert sich die Charakteristik des hydrodynamischen Drucks. Während bei neuen Lagern, der hydrodynamische Druck im konvergenten Spalt kontinuierlich ansteigt und nach dem Druckmaximum schnell abfällt, ist bei dem verschlissenen Lager ein deutlich steilerer Anstieg zu erkennen. Die Erklärung liegt in der Spaltfunktion. So existiert in der Lastzone kein eindeutig konvergenter Spalt mehr, sondern es hat sich ein Tragspiegel ausgebildet, der in Abbildung 5.24 zu einer nahezu konstanten Spalthöhe über einen weiten Bereich des Umfangswinkels führt.

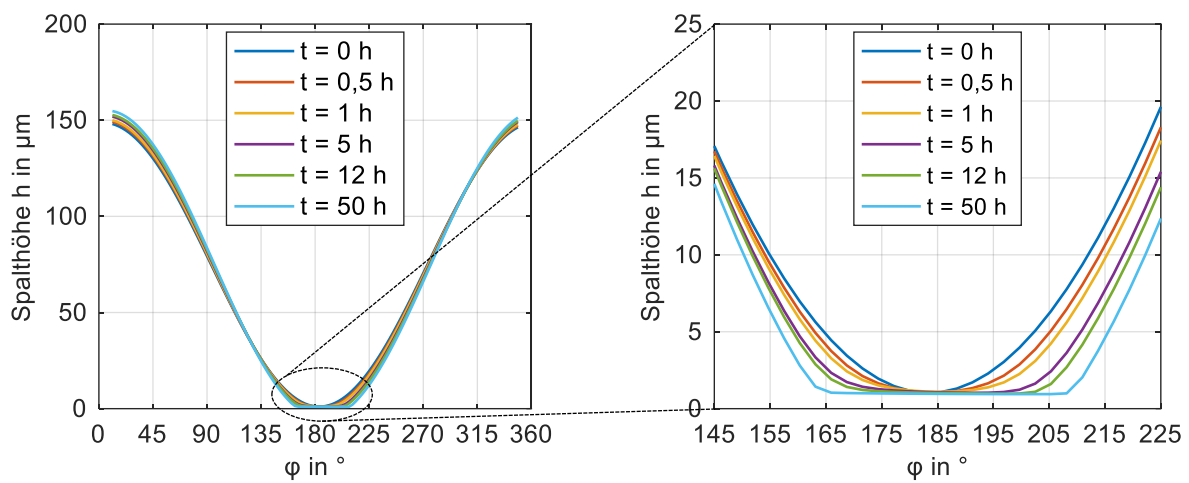


Abbildung 5.24: Entwicklung der Spalthöhe in der Lagermitte $z = 25 \text{ mm}$, $n = 20 \text{ min}^{-1}$, $\bar{p} = 7 \text{ MPa}$, $p_{zu} = 2 \text{ bar}$, $T_{zu} = 30 \text{ }^\circ\text{C}$

Für ausgeprägte Verschleißmengen ist ein signifikantes Minimum der Spalthöhe an einer konkreten Umfangskoordinate nicht mehr zu erkennen. Stattdessen ergibt sich ein Plateau für die Spaltfunktion, das sich von $\varphi = 165^\circ$ bis $\varphi = 207^\circ$ erstreckt. Daher findet der Übergang zwischen dem maximalen Wert der Spalthöhe auf der unbelasteten Seite und dem minimalen Wert in der Lastzone schneller statt und der Druckanstieg ist steiler.

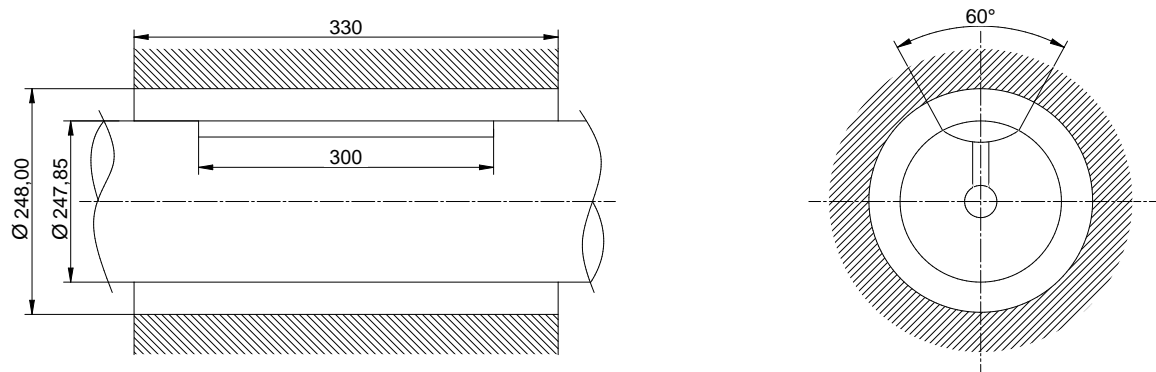
Insgesamt weist das verschlissene Lager damit ein besseres Tragverhalten aus, so dass die experimentellen Ergebnisse aus [46]-[49] bestätigt werden konnten.

6 Planetenradgleitlager

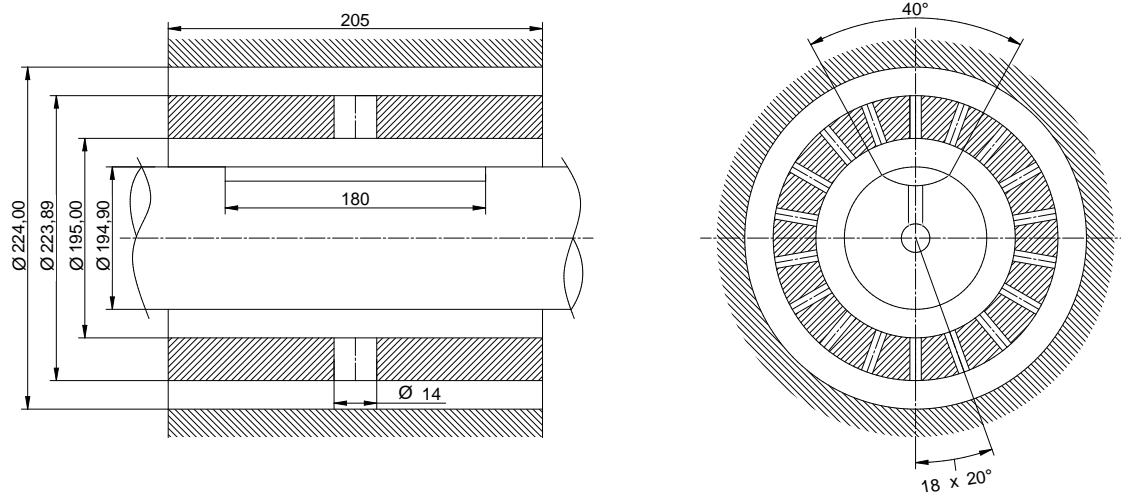
Das Mischreibung- und Verschleißmodell können sowohl zur Berechnung konventioneller Gleitlager mit rotierender Welle als auch Planetenradgleitlager eingesetzt werden. Jedoch müssen bei der Simulation der langsam laufenden und hochbelasteten Planetenradgleitlager noch zusätzliche Effekte berücksichtigt werden. So erfahren die Lagerstellen aufgrund der Schrägverzahnung ein zusätzliches Belastungsmoment, das neben der radialen Lagerkraft ebenfalls durch den Schmierfilm kompensiert werden muss. Des Weiteren müssen die elastischen Verformungen des relativ nachgiebigen Planeten und des Bolzens berechnet und deren Rückwirkung auf die Hydrodynamik im Schmierpalt untersucht werden. Zusätzlich werden Planetenradgleitlager optional mit Schwimmbuchsen ausgestattet, so dass sich ein System aus zwei miteinander korrespondierenden Schmierfilmen ergibt und eine insgesamt komplexere Gesamtlagerung vorliegt.

6.1 Exemplarische Planetenradgleitlager

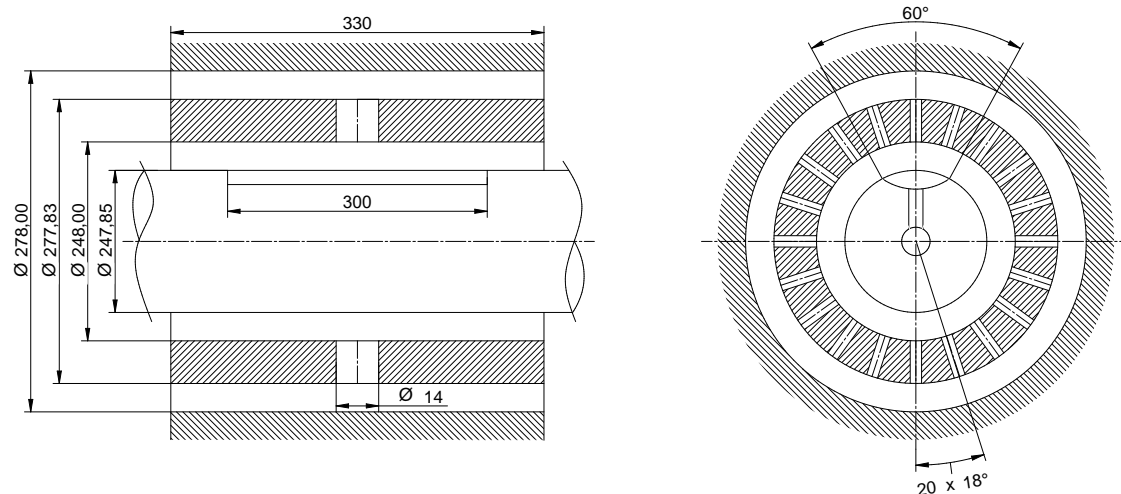
Für die nachfolgenden numerischen Modelle werden aufgrund fehlender Messwerte an einem realen Getriebe Sensitivitätsanalysen und Verifikationen an unterschiedlichen Lagerungen durchgeführt. In Abbildung 6.1 sind die verwendeten Geometrien gezeigt.



a) Planetenradgleitlager PL248 ohne Schwimmbuchse



b) Planetenradgleitlager PLSB195



c) Planetenradgleitlager PLSB248

Abbildung 6.1: Zeichnungen der analysierten Planetenradgleitlager a) PL248 ohne Schwimmbuchse, b) PLSB195 mit Schwimmbuchse und c) PLSB248 mit Schwimmbuchse

6.2 Planetenradlager mit Einfach-Schrägverzahnung

Moderne Planetenradgetriebe in Windenergieanlagen sind größtenteils einfach schrägverzahnt, so dass ein größerer Überdeckungsgrad der Zähne erreicht wird. Bei geeigneter Auslegung zeichnet sich eine Schrägverzahnung durch einen ruhigeren Lauf aus und es können höhere Drehmomente als bei einer Geradverzahnung übertragen werden, da immer mehrere Zähne gleichzeitig im Eingriff sind. Dadurch steigen vor allem die Zahnfuß- und Grübchentragfähigkeit und die Leistungsdichte der Getriebe steigt, z. B. [117]. Allerdings entstehen durch die Schrägverzahnung in Abbildung 6.2 zusätzliche axiale Kräfte \bar{F}_a , die ebenfalls von den Planetenradgleitla-

gern kompensiert werden müssen. Auf das Lager wirkt eine radiale Last \bar{F}_L , die durch die tangentialen Zahnradkräfte \bar{F}_t hervorgerufen wird.

$$\bar{F}_L = 2 \cdot \bar{F}_t \quad (6.1)$$

Während sich die radialen Zahnkräfte \bar{F}_r gegenseitig ausgleichen, erzeugen die axialen Zahnkräfte \bar{F}_a ein Biegemoment \bar{M}_L um die x -Achse. Dieses kann mit dem Radius des Wälzkreises des Zahnrads \bar{r}_w überschlägig abgeschätzt werden.

$$\bar{M}_L = 2 \cdot \bar{r}_w \times \bar{F}_a \quad (6.2)$$

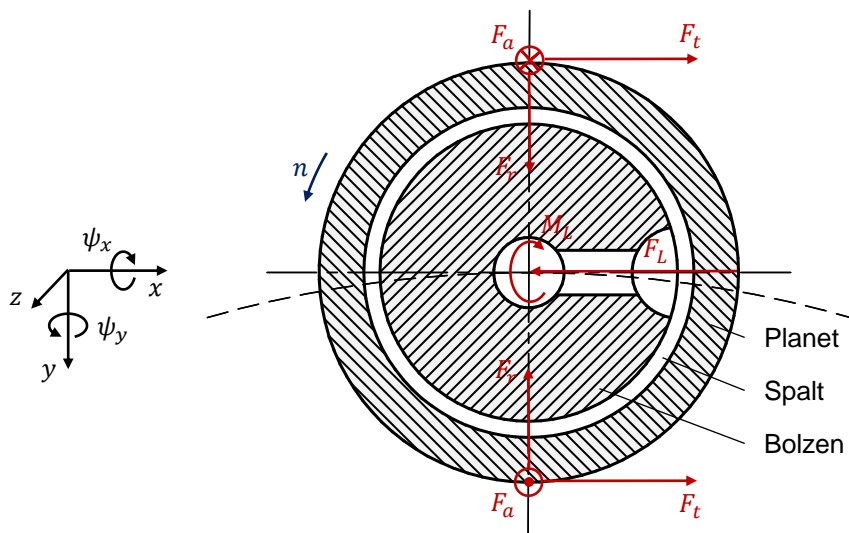


Abbildung 6.2: Kräfte an einem schrägverzahnten Planetenrad

6.2.1 Erweiterung der Berechnung des mechanischen Gleichgewichts

Zur Herstellung des mechanischen Gleichgewichts müssen die äußeren Lasten \bar{F}_L und \bar{M}_L von den resultierenden Schmierfilmkräften \bar{F}_{ist} und \bar{M}_{ist} ausgeglichen werden, so dass die Fehlerkraft $\Delta\bar{F}$ einen definierten Grenzwert unterschreitet.

$$\begin{pmatrix} \Delta F_x \\ \Delta F_y \\ \Delta M_x \\ \Delta M_y \end{pmatrix} = \left| \begin{pmatrix} F_{L,x} \\ F_{L,y} \\ M_{L,x} \\ M_{L,y} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} F_{ist,x} \\ F_{ist,y} \\ M_{ist,x} \\ M_{ist,y} \end{pmatrix} \right| < \underbrace{C \cdot \begin{pmatrix} F_{L,x} \\ F_{L,y} \\ M_{L,x} \\ M_{L,y} \end{pmatrix}}_{\text{Grenzwert}} \quad (6.3)$$

Die Konstante C wird auf 0,5 % gesetzt, um das mechanische Gleichgewicht zwischen den äußeren Zahnradkräften und den resultierenden Schmierfilmkräften möglichst

exakt zu erfüllen. Das Kräftegleichgewicht ist sehr wichtig, um die elastischen Deformationen des Planeten realitätsnah berechnen zu können und numerische Instabilitäten zu minimieren.

Die Schmierfilmkräfte \bar{F}_{ist} und \bar{M}_{ist} ergeben sich aus der Integration des Gesamtdrucks p über der Lageroberfläche.

$$\begin{pmatrix} F_{ist,x} \\ F_{ist,y} \\ M_{ist,x} \\ M_{ist,y} \end{pmatrix} = \int_0^{2\pi} \int_0^B \begin{pmatrix} -p \cdot \sin(\varphi) \\ -p \cdot \cos(\varphi) \\ p \cdot z \cdot \cos(\varphi) \\ -p \cdot z \cdot \sin(\varphi) \end{pmatrix} r \, d\varphi dz \quad (6.4)$$

Zur Kompensation der äußeren Kräfte und Momente verschiebt sich der Planet nicht nur translatorisch in der x - z -Ebene, sondern er dreht sich auch um die x - und um die y -Achse. Folglich existieren vier Stellgrößen, zwei translatorische e_x und e_y sowie zwei rotatorische ψ_x und ψ_y , um die vier Komponenten der äußeren Last $F_{L,x}$, $F_{L,y}$, $M_{L,x}$, $M_{L,y}$ auszugleichen.

Die Suche des mechanischen Gleichgewichtspunkts stellt ein stark nichtlineares Problem dar, so dass ein stabiler Algorithmus für eine effiziente Bestimmung notwendig ist. Die numerische Umsetzung in dieser Arbeit basiert auf dem von *Waltermann* [118] vorgeschlagenen Verfahren. Dieser verwendet ein zweidimensionales Newton-Raphson-Verfahren in Abbildung 6.3, um die Fehlerkraft $\Delta \bar{F}$ zwischen der äußeren Kraft \bar{F}_L und der Schmierfilmkraft \bar{F}_{ist} zu minimieren.

$$\bar{F}_{ist}^{n+1} = \bar{F}_{ist}^n + \Delta \bar{F}^n = \bar{F}_{ist}^n + \underbrace{\frac{\partial \bar{F}_{ist}^n}{\partial \bar{e}}}_{\text{Jacobi-Matrix}} \cdot \Delta \bar{e}^n \stackrel{!}{=} \bar{F}_L \quad (6.5)$$

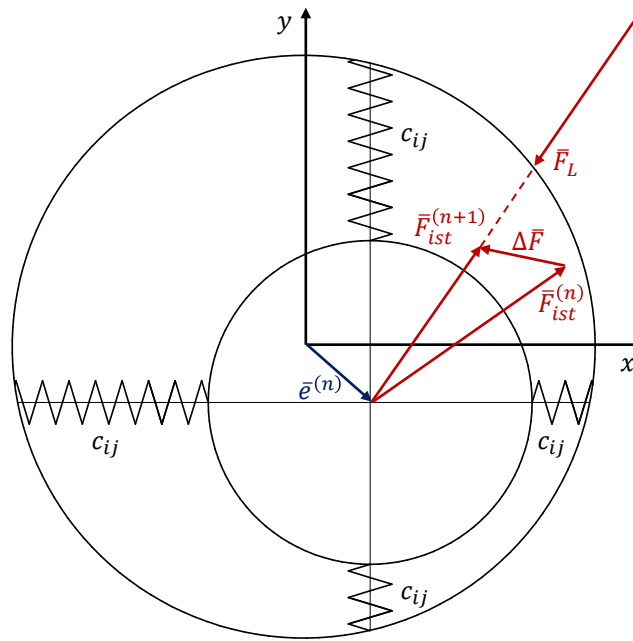


Abbildung 6.3: Suche des Gleichgewichtspunkts nach Waltermann [118]

In der Beziehung (6.5) sind die resultierende Kraft des aktuellen Schritts \bar{F}_{ist}^n und die äußere Lagerkraft \bar{F}_L bekannt und die notwendige Verschiebung $\Delta \bar{e}^n$ zur Reduzierung der Fehlerkraft ist gesucht. Für die Berechnung der Jacobi-Matrix muss der Planet in x - und y -Richtungen ausgelenkt sowie um die x - und y -Achse gekippt werden. Anschließend werden die jeweiligen Differenzenquotienten berechnet. Dies hat zur Folge, dass die Effektivität des Newton-Raphson-Verfahrens von der Größe der gewählten Verschiebungen und Rotationen abhängt, da vor allem die Schmierfilmkräfte stark nichtlinear sind. Aus diesem Grund wird der Differenzialquotient in Gleichung (6.5) durch die einfacher zu bestimmende Lagersteifigkeitsmatrix $\bar{\bar{C}}$ ersetzt.

$$\bar{F}_L - \bar{F}_{ist}^n = \Delta \bar{F}^n = \bar{\bar{C}}^n \cdot \Delta \bar{e}^n \quad (6.6)$$

Zum Ausgleich des zusätzlichen Belastungsmoments \bar{M}_L muss diese Methode um die rotatorischen Freiheitsgrade erweitert werden, so dass sich das folgende Gleichungssystem ergibt:

$$\begin{pmatrix} \Delta F_x \\ \Delta F_y \\ \Delta M_x \\ \Delta M_y \end{pmatrix}^n = \underbrace{\begin{pmatrix} c_{xx} & c_{xy} & c_{x\psi_x} & c_{x\psi_y} \\ c_{yx} & c_{yy} & c_{y\psi_x} & c_{y\psi_y} \\ c_{\psi_x x} & c_{\psi_x y} & c_{\psi_x \psi_x} & c_{\psi_x \psi_y} \\ c_{\psi_y x} & c_{\psi_y y} & c_{\psi_y \psi_x} & c_{\psi_y \psi_y} \end{pmatrix}^n}_{\text{Steifigkeitsmatrix } \bar{\bar{C}}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} \Delta e_x \\ \Delta e_y \\ \Delta \psi_x \\ \Delta \psi_y \end{pmatrix}^n}_{\text{Positionsänderung } \Delta \bar{e}} \quad (6.7)$$

Auf diese Weise kann mit dem bekannten Fehler $\Delta \bar{F}$ und der Steifigkeitsmatrix $\bar{\bar{C}}$ die gesuchte Positionsänderung $\Delta \bar{e}$ berechnet werden. Diese wird zur Vermeidung von zu großen Oszillationen mit dem Faktor ξ relaxiert und zur aktuellen Position des Planeten \bar{e}^n hinzuaddiert.

$$\bar{e}^{n+1} = \bar{e}^n + \xi \cdot \Delta \bar{e}^n \quad (6.8)$$

Für die neue Planetenposition \bar{e}^{n+1} werden die zugehörigen Fehlerkräfte $\Delta \bar{F}^{n+1}$ sowie die Steifigkeitsmatrix $\bar{\bar{C}}^{n+1}$ bestimmt und anschließend mit Gleichung (6.8) abermals die neue Wegänderung $\Delta \bar{e}^{n+1}$. Diese Prozedur wird solange wiederholt, bis sich das mechanische Gleichgewicht eingestellt hat und die Fehlerkraft unterhalb des zuvor definierten Grenzwerts fällt.

6.2.2 Berechnung der Lagersteifigkeiten

Vor der Umsetzung des vorgestellten Algorithmus muss die Steifigkeitsmatrix bestimmt werden. Im Mischreibungsgebiet existiert neben dem hydrodynamischen Druck auch ein Festkörperkontaktdruck, so dass sich die Steifigkeitskoeffizienten ebenfalls aus einem hydrodynamischen Anteil und einem Festkörperanteil zusammensetzen. Somit wird in der Mischreibung das Ersatzmodell aus Abbildung 6.4 angewendet.

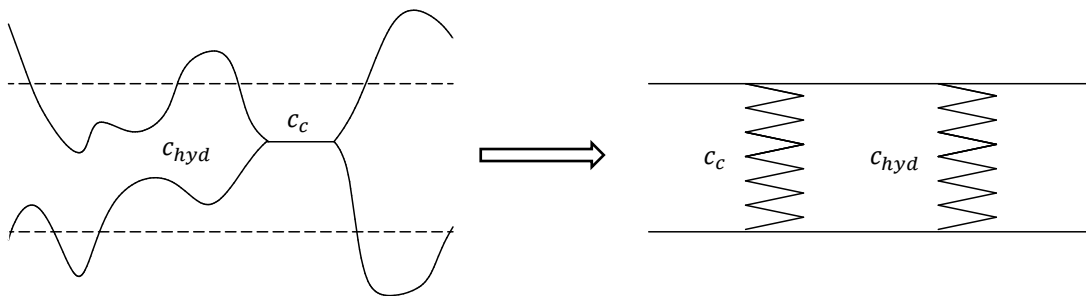


Abbildung 6.4: Ersatzmodell zur Berechnung der Lagersteifigkeiten in der Mischreibung

Die Gesamtsteifigkeit c_{ges} ergibt sich damit aus der Parallelschaltung zwischen der Steifigkeit des Festkörperkontakts c_c und der Steifigkeit des Schmierfilms c_{hyd} .

$$c_{ges} = c_c + c_{hyd} \quad (6.9)$$

Steifigkeiten des Schmierfilms

Die einzelnen Steifigkeitskoeffizienten des Schmierfilms werden mit Hilfe einer linearen Störungsrechnung bestimmt. Hierzu wird der Planet aus der Gleichgewichtslage $O_{z,stat}$ in x - und y -Richtung nach O_z ausgelenkt und die Rückstellkräfte ΔF_x und ΔF_y werden berechnet. In Abbildung 6.5 sind die Größen der linearen Störungsrechnung erläutert.

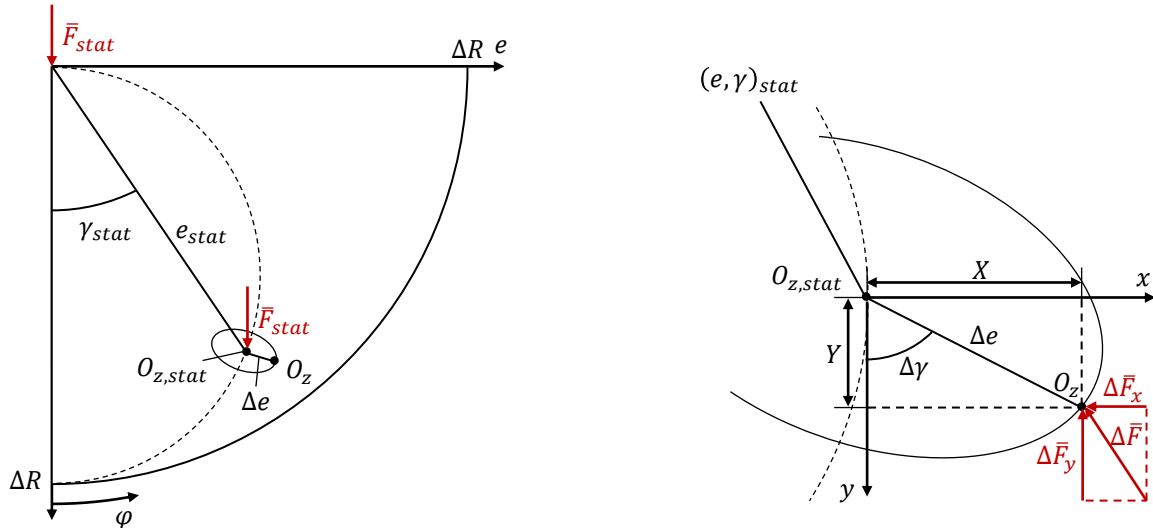


Abbildung 6.5: Verwendete Größen für die lineare Störungsrechnung [7]

Zusätzlich wird der Planet in Abbildung 6.6 auch um die x - und y -Achse gedreht und ebenfalls die resultierenden Rückstellmomente ΔM_x und ΔM_y ermittelt.

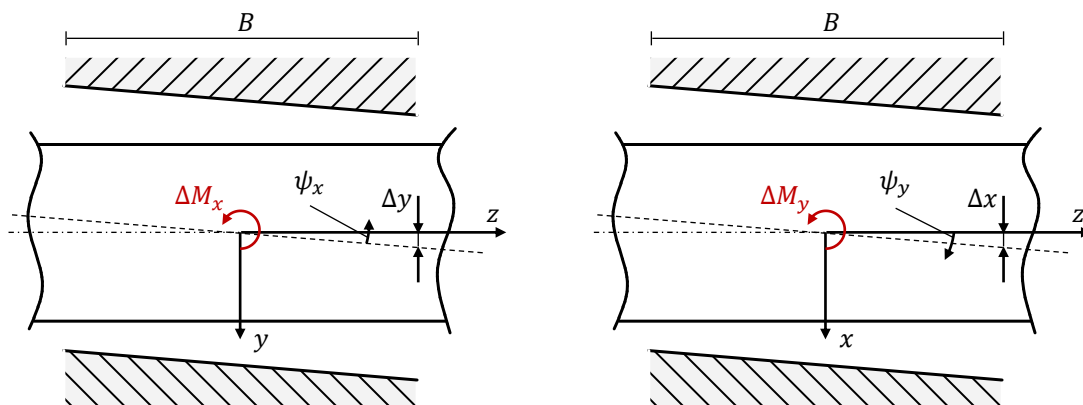


Abbildung 6.6: Berechnung der Drehwinkel aus der Schiefstellung des Planeten

Zur Berechnung der Kräfte aufgrund der Auslenkung und Drehung des Planeten aus der statischen Gleichgewichtslage wird zuerst die Spaltfunktion für ein kreiszylindrisches Lager mit einer Verkantung der Wellen aufgestellt, z. B. [53].

$$\begin{aligned}
 h(\varphi, z) = & \underbrace{\Delta R - e \cos(\varphi - \gamma) - z \frac{\sqrt{\Delta x_{stat}^2 + \Delta y_{stat}^2}}{\frac{B}{2}} \cos\left(\varphi - \tan^{-1}\left(\frac{\Delta x_{stat}}{\Delta y_{stat}}\right)\right)}_{\text{stationäre Spalthöhe } H_{stat}(\varphi, \bar{z})} \\
 & - \underbrace{\frac{\Delta e \cos(\varphi - \Delta\gamma)}{\text{Auslenkung}} - z \frac{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}{\frac{B}{2}} \cos\left(\varphi - \tan^{-1}\left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)\right)}_{\text{Verkipfung}}
 \end{aligned} \quad (6.10)$$

Unter Verwendung der trigonometrischen Formeln

$$\cos(\varphi - \gamma) = \cos(\varphi)\cos(\gamma) + \sin(\varphi)\sin(\gamma) \quad (6.11)$$

und

$$\cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)\right) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}}} \quad \text{bzw.} \quad \sin\left(\tan^{-1}\left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)\right) = \frac{\frac{\Delta x}{\Delta y}}{\sqrt{1 + \frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}}} \quad (6.12)$$

kann Gleichung (6.10) umgeschrieben werden zu:

$$\begin{aligned}
 h(\varphi, z) = & h_{stat}(\varphi, z) - \Delta e \cdot \sin(\Delta\gamma)\sin(\varphi) - \Delta e \cdot \cos(\Delta\gamma)\cos(\varphi) \\
 & - \frac{z}{\frac{B}{2}} \cdot (\Delta y \cdot \cos(\varphi) + \Delta x \cdot \sin(\varphi)).
 \end{aligned} \quad (6.13)$$

Mit den translatorischen Verschiebungen

$$X = \Delta e \cdot \sin(\Delta\gamma) \quad \text{und} \quad Y = \Delta e \cdot \cos(\Delta\gamma) \quad (6.14)$$

bzw. der Drehwinkel

$$\tan(\psi_x) = -\frac{\Delta y}{B/2} \quad \text{und} \quad \tan(\psi_y) = \frac{\Delta x}{B/2} \quad (6.15)$$

folgt aus Gleichung (6.13)

$$h(\varphi, z) = h_{stat}(\varphi, z) - X \sin \varphi - Y \cos \varphi + z \cdot \Psi_x \cdot \cos \varphi - z \cdot \Psi_y \sin \varphi. \quad (6.16)$$

Da die Drehwinkel sehr klein sind, wurde der Tangens durch sein Argument ersetzt:

$$\tan(\psi_x) \approx \Psi_x. \quad \text{bzw.} \quad \tan(\psi_y) \approx \Psi_y \quad \text{für} \quad |\psi_x|, |\psi_y| \ll 1 \quad (6.17)$$

Neben der Spalthöhe wird auch der dimensionslose Druck mittels einer mehrdimensionalen Taylorentwicklung bis zu den Gliedern 1. Ordnung linearisiert.

$$p(\varphi, \bar{z}) = p_{stat} + \left(\frac{\partial p}{\partial X} \right)_{stat} X + \left(\frac{\partial p}{\partial Y} \right)_{stat} Y + \left(\frac{\partial p}{\partial \Psi_x} \right)_{stat} \Psi_x + \left(\frac{\partial p}{\partial \Psi_y} \right)_{stat} \Psi_y \quad (6.18)$$

Die Änderung aller übrigen Größen ist sehr gering und kann vernachlässigt werden. Die Ausdrücke (6.16) und (6.18) werden in die verallgemeinerte Reynolds'sche Differenzialgleichung (2.52) eingesetzt und die einzelnen Terme nach der nullten und ersten Potenz der Störungsparameter X , Y , Ψ_x , Ψ_y sortiert. Die nullte Ordnung liefert die verallgemeinerte Reynolds'sche Differenzialgleichung und die erste Ordnung die gesuchten vier Störungsgleichungen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(F_2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p}{\partial X} \right)_{stat} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(F_2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial p}{\partial X} \right)_{stat} \right) &= -(U_2 - U_1) \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \frac{F_1}{F_0} \right) \\ -U_2 \frac{\partial(\rho h_{stat})}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{3h_{stat}^2}{12\eta} \sin(\varphi) \frac{\partial p_{stat}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{3h_{stat}^2}{12\eta} \sin(\varphi) \frac{\partial p_{stat}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (6.19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(F_2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p}{\partial Y} \right)_{stat} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(F_2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial p}{\partial Y} \right)_{stat} \right) &= -(U_2 - U_1) \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \frac{F_1}{F_0} \right) \\ -U_2 \frac{\partial(\rho h_{stat})}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{3h_{stat}^2}{12\eta} \cos(\varphi) \frac{\partial p_{stat}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{3h_{stat}^2}{12\eta} \cos(\varphi) \frac{\partial p_{stat}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (6.20)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(F_2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p}{\partial \Psi_x} \right)_{stat} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(F_2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial p}{\partial \Psi_x} \right)_{stat} \right) &= z \cdot (U_2 - U_1) \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \frac{F_1}{F_0} \right) \\ + z \cdot U_2 \frac{\partial(\rho h_{stat})}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{3h_{stat}^2}{12\eta} z \cdot \cos(\varphi) \frac{\partial p_{stat}}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{3h_{stat}^2}{12\eta} z \cdot \cos(\varphi) \frac{\partial p_{stat}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (6.21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(F_2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p}{\partial \Psi_y} \right)_{stat} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(F_2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial p}{\partial \Psi_y} \right)_{stat} \right) &= -z \cdot (U_2 - U_1) \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \frac{F_1}{F_0} \right) \\ -z \cdot U_2 \frac{\partial(\rho h_{stat})}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{3h_{stat}^2}{12\eta} z \cdot \sin(\varphi) \frac{\partial p_{stat}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{3h_{stat}^2}{12\eta} z \cdot \sin(\varphi) \frac{\partial p_{stat}}{\partial z} \right). \end{aligned} \quad (6.22)$$

Der Aufbau der Störungsgleichungen und der Reynolds'sche Differenzialgleichung ist sehr ähnlich, so dass die Lösung auf gleiche numerische Weise durchgeführt werden kann. Der einzige Unterschied besteht in der Definition der Randbedingungen an den

seitlichen Lagerrändern, den Taschenrändern sowie am Anfang und Ende des Kavitationsgebiets, für deren korrekte Ermittlung auch eine lineare dynamische Volumstrombilanz durchgeführt werden muss. Weiterführende Informationen zur Lösung der Störungsgleichungen sind beispielsweise in [55], [60] oder [119] zu finden. Während die Integration des hydrodynamischen Drucks die Schmierfilmkräfte ergibt (6.4), liefert die Integration der Lösungsfunktionen $\frac{\partial p}{\partial X}$, $\frac{\partial p}{\partial Y}$, $\frac{\partial p}{\partial \Psi_x}$, $\frac{\partial p}{\partial \Psi_y}$ aus den Störungsgleichungen (6.19)-(6.22) die gesuchten Steifigkeitskoeffizienten c_{ij} des Schmierfilms.

$$\begin{pmatrix} c_{xx} & c_{xy} & c_{x\psi_x} & c_{x\psi_y} \\ c_{yx} & c_{yy} & c_{y\psi_x} & c_{y\psi_y} \\ c_{\psi_x x} & c_{\psi_x y} & c_{\psi_x \psi_x} & c_{\psi_x \psi_y} \\ c_{\psi_y x} & c_{\psi_y y} & c_{\psi_y \psi_x} & c_{\psi_y \psi_y} \end{pmatrix} = \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} \begin{pmatrix} -\sin(\varphi) \\ -\cos(\varphi) \\ z \cdot \cos(\varphi) \\ -z \cdot \sin(\varphi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial p}{\partial X} & \frac{\partial p}{\partial Y} & \frac{\partial p}{\partial \psi_x} & \frac{\partial p}{\partial \psi_y} \end{pmatrix} r d\varphi dz \quad (6.23)$$

Steifigkeiten des Festkörperkontakts

Die Berechnung der Steifigkeitskoeffizienten für den Festkörperkontakt c_c erfolgt mit Hilfe des berechneten Festkörperkontaktdrucks p_c in Kapitel 2.3. Die Multiplikation des Drucks mit der Fläche eines Volumenelements ergibt die Normalkraft F_c in Abhängigkeit der Spalthöhe h . Die gesuchten Steifigkeiten entsprechen genau der Ableitung in dem Kraft-Weg-Diagramm zwischen F_c und h , Abbildung 6.7.

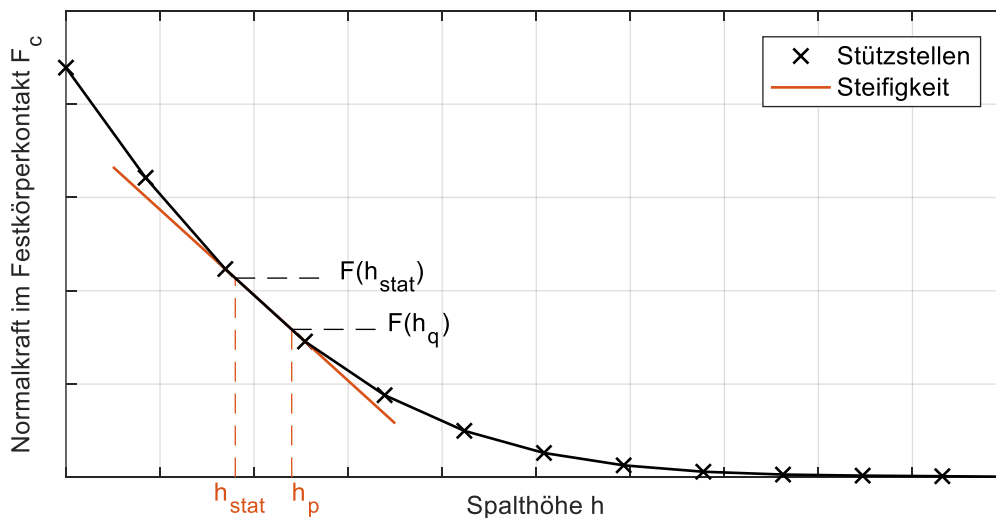


Abbildung 6.7: Normalkraft des Festkörperdrucks in Abhängigkeit der Spalthöhe

Die Steifigkeiten folgen damit aus den folgenden Differentialquotienten:

$$\begin{pmatrix} c_{xx} & c_{xy} & c_{x\psi_x} & c_{x\psi_y} \\ c_{yx} & c_{yy} & c_{y\psi_x} & c_{y\psi_y} \\ c_{\psi_x x} & c_{\psi_x y} & c_{\psi_x \psi_x} & c_{\psi_x \psi_y} \\ c_{\psi_y x} & c_{\psi_y y} & c_{\psi_y \psi_x} & c_{\psi_y \psi_y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_x}{\partial X} & \frac{\partial F_x}{\partial Y} & \frac{\partial F_x}{\partial \Psi_x} & \frac{\partial F_x}{\partial \Psi_y} \\ \frac{\partial F_y}{\partial X} & \frac{\partial F_y}{\partial Y} & \frac{\partial F_y}{\partial \Psi_x} & \frac{\partial F_y}{\partial \Psi_y} \\ \frac{\partial M_x}{\partial X} & \frac{\partial M_x}{\partial Y} & \frac{\partial M_x}{\partial \Psi_x} & \frac{\partial M_x}{\partial \Psi_y} \\ \frac{\partial M_y}{\partial X} & \frac{\partial M_y}{\partial Y} & \frac{\partial M_y}{\partial \Psi_x} & \frac{\partial M_y}{\partial \Psi_y} \end{pmatrix}. \quad (6.24)$$

Da die Normalkraft jedoch aus diskreten Stützstellen besteht, muss ähnlich wie bei der Bestimmung der Steifigkeiten des Schmierfilms, eine Variationsrechnung durchgeführt werden. Dazu wird wiederum die Spalthöhe durch Auslenkung in x - und y -Richtung und Rotation um die x - und y -Achse geändert. Dies erfolgt jedoch im Gegensatz zu (6.16) getrennt und nicht simultan.

$$h_x(\varphi, z) = h_{stat}(\varphi, z) - X \sin \varphi \quad h_y(\varphi, z) = h_{stat}(\varphi, z) - Y \cos \varphi \quad (6.25)$$

$$h_{\psi_x}(\varphi, z) = h_{stat}(\varphi, z) + z \cdot \Psi_x \cdot \cos \varphi \quad h_{\psi_y}(\varphi, z) = h_{stat}(\varphi, z) - z \cdot \Psi_y \sin \varphi$$

Beispielsweise ergeben sich die Differenzenquotienten zur Berechnung des Steifigkeitskoeffizienten c_{xx} und $c_{\psi_x \psi_x}$ demnach zu:

$$c_{xx} = \frac{\partial F_x}{\partial X} \approx \frac{(F(h_{stat}) - F(h_x)) \cdot \sin \varphi}{X} \quad (6.26)$$

$$c_{\psi_x \psi_x} = \frac{\partial M_x}{\partial \Psi_x} \approx \frac{z \cdot (F(h_{stat}) - F(h_{\psi_x})) \cdot \cos \varphi}{\Psi_x} \quad (6.27)$$

In diesem Fall müssen jedoch die Verschiebungen und Rotationen geeignet definiert werden. Dies wurde durch die Verwendung der Störungsgleichungen bei den Schmierfilmsteifigkeiten noch umgangen. Solange die Variationsgrößen X , Y , Ψ_x und Ψ_y hinreichend klein sind und sich die Spalthöhe nur derart ändert, dass sowohl h_{stat} als auch h_q mit $q = X, Y, \Psi_x, \Psi_y$ zwischen den gleichen zwei diskreten Stützstellen liegen, hat der exakte Wert keinen Einfluss auf die berechnete Steifigkeit, siehe Abbildung 6.7. Die standardmäßig gewählten Inkremente zur Ermittlung des Differenzenquotientens sind:

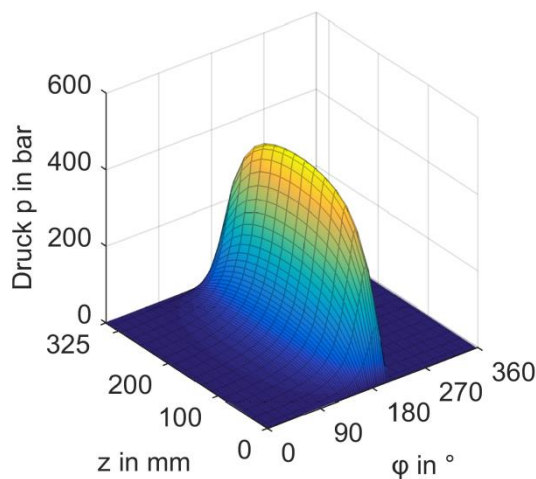
$$X = 1 \text{ nm} \quad Y = 1 \text{ nm} \quad \Psi_x = 0,001^\circ \quad \Psi_y = 0,001^\circ \quad (6.28)$$

Auf diese Weise bleibt ein effizienter Algorithmus zur Bestimmung des mechanischen Gleichgewichts auch im Mischreibungsgebiet bestehen.

6.2.3 Auswirkungen der Schrägverzahnung auf die Planetenradgleitlager

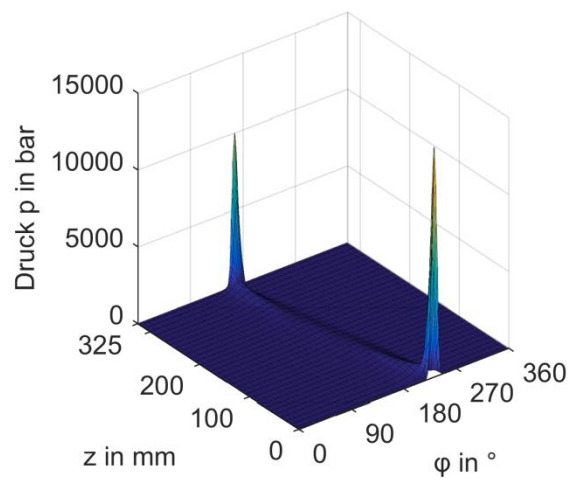
Nachdem das erweiterte mechanische Gleichgewicht implementiert ist, kann untersucht werden, welche Auswirkungen der Schrägungswinkel der Verzahnung eines Planetenrads auf den Schmierfilm besitzt. Dazu wird das Planetenradgleitlager PL248 aus Abbildung 6.1 einmal für eine Geradverzahnung und anschließend für eine einfach Schrägverzahnung mit dem Schrägungswinkel $\beta = 9,5^\circ$ untersucht und die Ergebnisse gegenübergestellt.

Beide Varianten werden mit einer spezifischen Last von $\bar{p} = 12 \text{ MPa}$ belastet und der Planet rotiert mit $n = 50 \text{ min}^{-1}$. Als Schmierstoff wird ein hochviskoses Öl der Klasse ISO-VG 320 verwendet und unter identischen Bedingungen zugeführt. Die berechneten Druckverteilungen für die beiden Fälle werden in der Abbildung 6.8 miteinander verglichen.



$$p_{max} = 457 \text{ bar}, h_{min} = 7,5 \text{ } \mu\text{m}$$

a) Geradverzahnung, $M_L = 0 \text{ Nm}$



$$p_{max} = 14971 \text{ bar}, h_{min} = 1,2 \text{ } \mu\text{m}$$

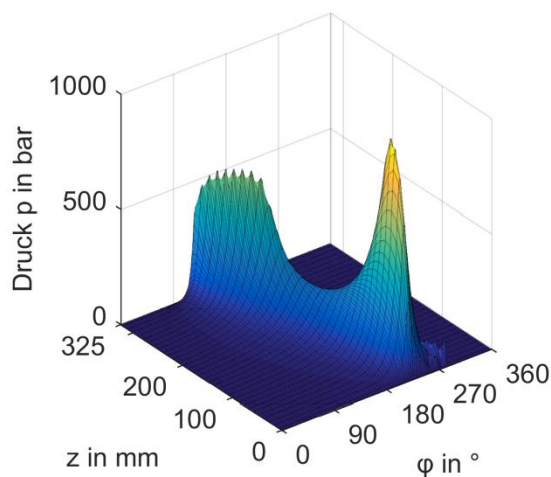
b) Schrägverzahnung, $M_L = 57700 \text{ Nm}$

Abbildung 6.8: Druckverteilung bei a) Geradverzahnung und b) Schrägverzahnung (PL248, $n = 50 \text{ min}^{-1}$, $\bar{p} = 12 \text{ MPa}$, $p_{zu} = 2 \text{ bar}$, $T_{zu} = 55^\circ\text{C}$)

Während bei einer Geradverzahnung der maximale Druck in der Lagermitte liegt, verschieben sich die Druckberge bei der Schrägverzahnung an die axialen Lager-

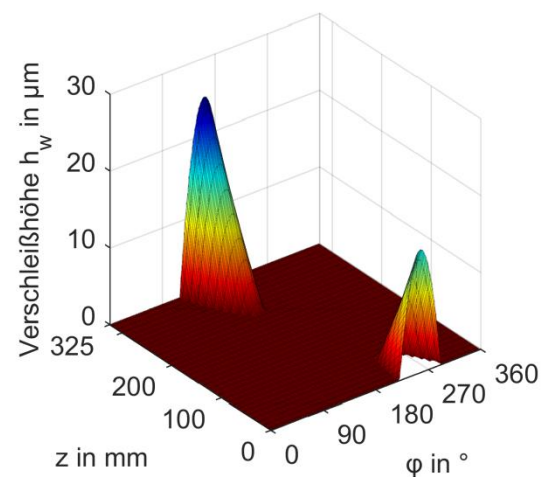
ränder und sind betragsmäßig wesentlich größer. Weiterhin befinden sich die lokalen Druckmaxima nicht an derselben Umfangskoordinate φ , sondern sie sind zueinander verdreht. Im Fall der Geradverzahnung wäre ein hydrodynamischer Betrieb bei einer minimalen Spalthöhe von $h_{min} = 7,46 \mu m$ noch möglich, während das Lager bei der Schrägverzahnung bereits in der Mischreibung läuft und die minimale Spalthöhe lediglich $h_{min} = 1,18 \mu m$ beträgt. Ursache für diese stark unterschiedliche Druckverteilung ist das zusätzliche Belastungsmoment M_B , das durch die axialen Verzahnungskräfte hervorgerufen wird. Während die radiale Lagerkraft in der x - y -Ebene wirkt, belastet das Moment das Lager in der y - z -Ebene. Da die Kraft und das Moment in unterschiedlichen Ebenen wirken, bedarf es einer starken Schrägstellung des Planeten, um das zusätzliche Moment zu kompensieren.

Folglich ist das Lager nur lokal an den Lagerenden belastet und Verschleiß tritt ein. Wird das Planetenradgleitlager über eine Zeitdauer von $t = 100 h$ betrieben, ändert sich die Druckverteilung entsprechend der Abbildung 6.9 deutlich. Für diese exemplarische Rechnung wird das Verschleißmodell von Archard mit der Verschleißrate $k = 3e^{-7} \frac{mm^3}{J}$ verwendet.



$$p_{max} = 983 \text{ bar}, h_{min} = 3,3 \mu m$$

a) Druckverteilung des verschlissenen Lagers



$$V_w = 145 \text{ mm}^3, h_w = 24,8 \mu m$$

b) Verschleißmenge

Abbildung 6.9: a) Druckverteilung des verschlissenen Lagers, b) Entstandener Verschleiß (PL248, $n = 50 \text{ min}^{-1}$, $\bar{p} = 12 \text{ MPa}$, $p_{zu} = 2 \text{ bar}$, $T_{zu} = 55 \text{ °C}$, $t = 100 h$)

Verglichen mit der Abbildung 6.8 verschieben sich die Druckmaxima infolge des Verschleißes stärker zur Lagermitte und ein gleichmäßigeres Tragbild entsteht. An den

Lagerrändern ergibt sich eine maximale Verschleißhöhe von $h_w = 24,8 \mu m$ und das gesamte Verschleißvolumen beträgt $V_w = 145 mm^3$. Die detaillierte Entwicklung des Drucks und der minimalen Spalthöhe sind in der Abbildung 6.10 in einem gemeinsamen Diagramm dargestellt.

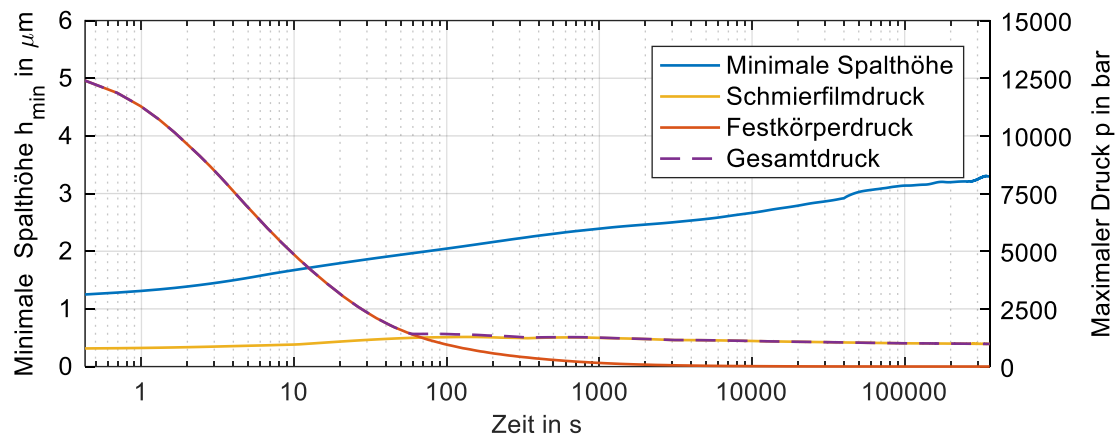


Abbildung 6.10: Entwicklung der Spalthöhe und des Drucks über der Zeit (PL248, $n = 50 min^{-1}$, $\bar{p} = 12 MPa$, $p_{zu} = 2 bar$, $T_{zu} = 55 ^\circ C$, $t = 100 h$)

So nimmt der Festkörperdruck bereits innerhalb der ersten 1000 s von ca. 14000 bar auf etwa 50 bar ab. Anschließend stabilisiert sich der maximale hydrodynamische Druck auf knapp 1000 bar, da nur noch sehr wenig Reibarbeit in das System eingebracht wird und folglich die Verschleißentwicklung deutlich verzögert wird. Die minimale Schmier-spalthöhe steigt von 1,18 μm auf 3,30 μm , so dass am Ende ein nahezu hydrodynamischer Betrieb vorliegt und der hydrodynamische Schmierfilmdruck den Großteil der äußeren Lagerlasten kompensiert.

Die Verteilung des entstandenen Verschleißes an den Lagerrändern kann zur Profilierung des Bolzens verwendet werden. Auf diese Weise können die hohen Druckmaxima aus Abbildung 6.8 vermieden und direkt bei einer günstigeren Druckverteilung gestartet werden. In Abbildung 6.11 ist solch eine beispielhafte Profilierung zu sehen, bei der am Lagerrand die berechnete Verschleißhöhe $h_w = 24,8 \mu m$ abgetragen wurde. Die Profilierung wird über eine Polynomfunktion definiert.

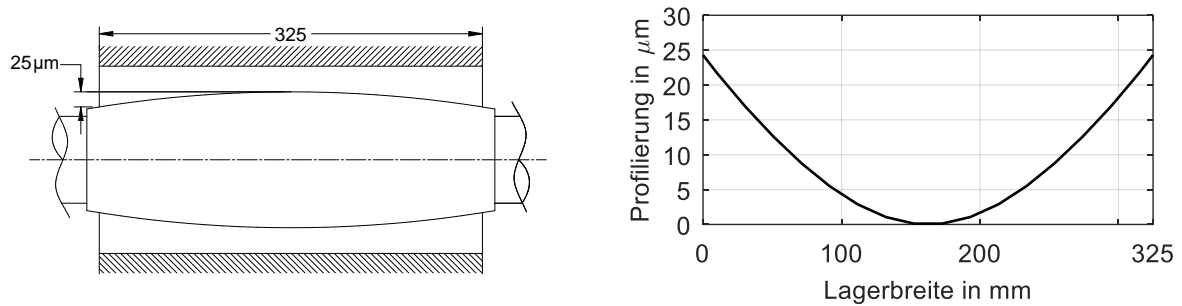
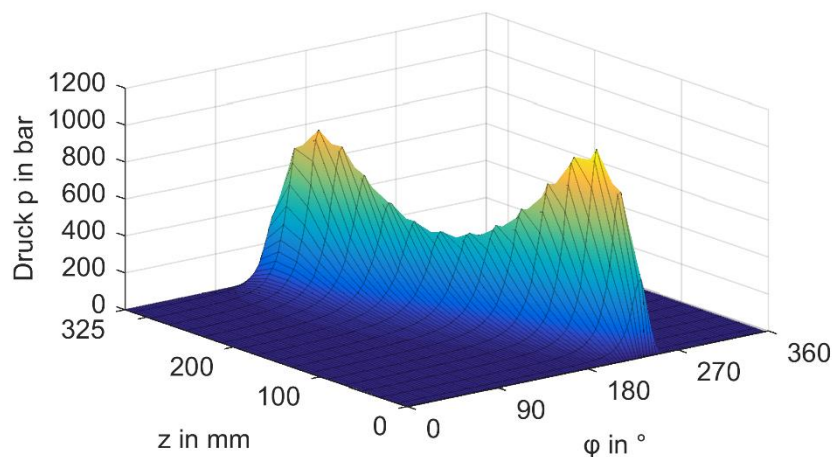


Abbildung 6.11: Beispiel für einen profilierten Pin

Wird die Spaltfunktion an die neue Geometrie angepasst, ergibt sich das Druckfeld aus der Abbildung 6.12, das zu einem deutlich sichereren Betriebsverhalten führt.



$$p_{max} = 1047 \text{ bar}, h_{min} = 2,7 \text{ µm}$$

Abbildung 6.12: Druckverteilung bei einem profilierten Pin (PL248, $n = 50 \text{ min}^{-1}$, $\bar{p} = 12 \text{ MPa}$, $p_{zu} = 2 \text{ bar}$, $T_{zu} = 55 \text{ °C}$)

Ausgehend von den durchgeführten Rechnungen ist bei schrägverzahnten Zahnradern damit eine Profilierung des Bolzens sinnvoll und kann die Druckverteilung im Spalt merklich verbessern. Die berechnete Verschleißentwicklung kann damit zur Ermittlung einer geeigneten Polynomfunktion herangezogen werden.

6.3 Berechnung von Planetenradgleitlagern mit Schwimmbuchsen

Werden in dem Planetenradgleitlager zusätzlich Schwimmbuchsen eingesetzt, entstehen zwei Schmierfilme, die durch die Bohrungen in der Schwimmbuchse miteinander verbunden sind. Daher müssen für eine effiziente Berechnung der Druck- und der Temperaturverteilung jeweils beide Schmierspalt in einem gemeinsamen Gleichungssystem gelöst werden. Die anfänglich unbekannte Drehzahl der Schwimm-

buchse kann mit Hilfe des Momentengleichgewichts zwischen dem inneren und äußeren Spalt bestimmt werden.

6.3.1 Reynolds'sche Differenzialgleichung für Planetenradgleitlager mit Schwimmbuchse

Die Versorgung mit Schmierstoff erfolgt über den stillstehenden Bolzen und anschließend gelangt das Öl über die Bohrungen in der Schwimmbuchse in den äußeren Spalt. Die Reibungskräfte des Fluids im äußeren Schmierfilm können die Schwimmbuchse in Rotation versetzen ω_{SB} , so dass für den inneren und äußeren Spalt unterschiedliche Randbedingungen gesetzt werden müssen. Während im inneren Spalt nur die Schwimmbuchse rotiert und der Bolzen stillsteht, drehen im äußeren Spalt sowohl die Schwimmbuchse als auch der Planet.

$$\text{Innerer Spalt:} \quad U_1 = 0, \quad U_2 = U_{i,SB} = \omega_{SB} R_{i,SB} \quad (6.29)$$

$$\text{Äußerer Spalt:} \quad U_1 = U_{a,SB} = \omega_{SB} R_{a,SB}, \quad U_2 = U_P = \omega R \quad (6.30)$$

Werden die Randbedingungen (6.29) und (6.30) in die Reynolds'sche Differenzialgleichung (2.52) eingesetzt ergibt sich für den inneren Schmierfilm

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{H_i^3}{12 \eta^*} \frac{\partial \Pi_{hyd}}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\frac{H_i^3}{12 \eta^*} \frac{\partial \Pi_{hyd}}{\partial \bar{z}} \right) = \frac{U_{i,SB}}{U_P} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\rho^* H_i \left(1 - \frac{\tilde{F}_1}{\tilde{F}_0} \right) \right) \quad (6.31)$$

und für den äußeren Schmierfilm

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{H_a^3}{12 \eta^*} \frac{\partial \Pi_{hyd}}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\frac{H_a^3}{12 \eta^*} \frac{\partial \Pi_{hyd}}{\partial \bar{z}} \right) = \frac{(U_{a,SB} - U_P)}{U_P} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\rho^* H_a \frac{\tilde{F}_1}{\tilde{F}_0} \right) + \frac{\partial(\rho^* H_a)}{\partial \varphi} \quad (6.32)$$

Diese beiden Reynolds'schen Differenzialgleichungen (6.31) und (6.32) werden ebenfalls mit Hilfe der Finiten Volumen Methode aus Kapitel 2.4.2 gelöst. Jedoch müssen zusätzlich an den Kopplungsbohrungen, die den inneren und äußeren Schmierfilm verbinden, Randbedingungen gesetzt werden. Es wird gefordert, dass die Volumenströme $\dot{Q}_{KB,i}$, die in die Kopplungsbohrungen hineinfließen, identisch zu denjenigen Volumenströmen $\dot{Q}_{KB,a}$ sind, die aus diesen herausfließen.

$$\dot{Q}_{KB,i} = \dot{Q}_{KB,a} \quad (6.33)$$

Das Druckgefälle an den einzelnen Kopplungsbohrungen gibt die Strömungsrichtung des Schmierstoffs vor. Werden die Volumenströme durch alle Bohrungen aufsum-

miert resultiert eine Strömung vom inneren in den äußeren Schmierpalt, wie sie in Abbildung 6.13 zu erkennen ist.

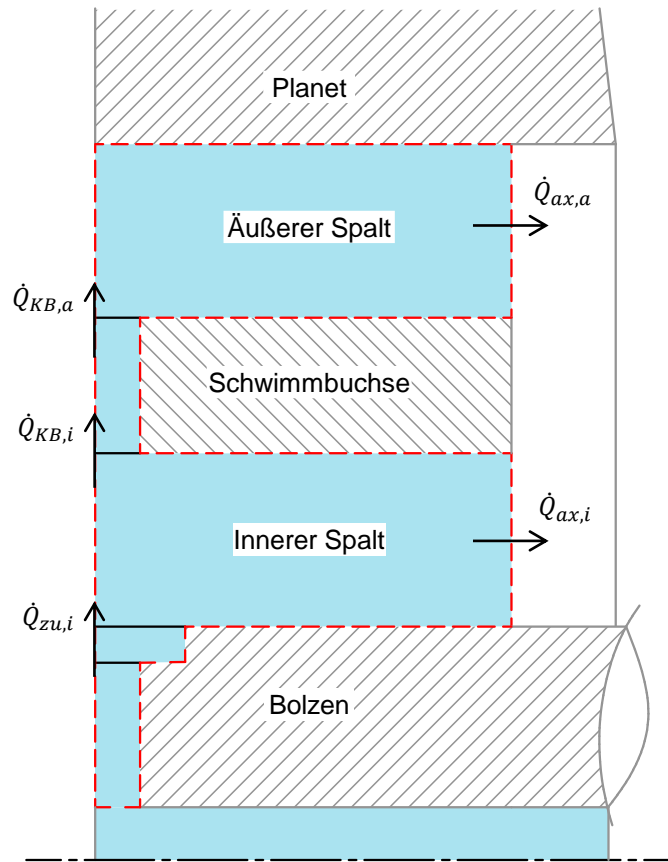


Abbildung 6.13: Schematische Darstellung der Volumenströme in einem Planetenradlager mit Schwimmbuchse

Für das gesamte Planetenradgleitlager muss die durch die hydrostatische Tasche zugeführte Schmierstoffmenge den axialen Seitenflüssen im inneren $\dot{Q}_{ax,i}$ und äußeren Spalt $\dot{Q}_{ax,a}$ entsprechen.

$$\dot{Q}_{zu} = \dot{Q}_{ax,i} + \dot{Q}_{ax,a} \quad (6.34)$$

Bei der Vernetzung der beiden Spalte wird eine einzelne Kopplungsbohrung in der Regel von mehreren finiten Elementen abgedeckt. Zur Erfüllung der Randbedingungen (6.33) muss die Bilanz der einzelnen Volumenströme \dot{q} in den benachbarten Elementen um die Kopplungsbohrung in Abbildung 6.14 für den inneren und äußeren Spalt gleich groß sein.

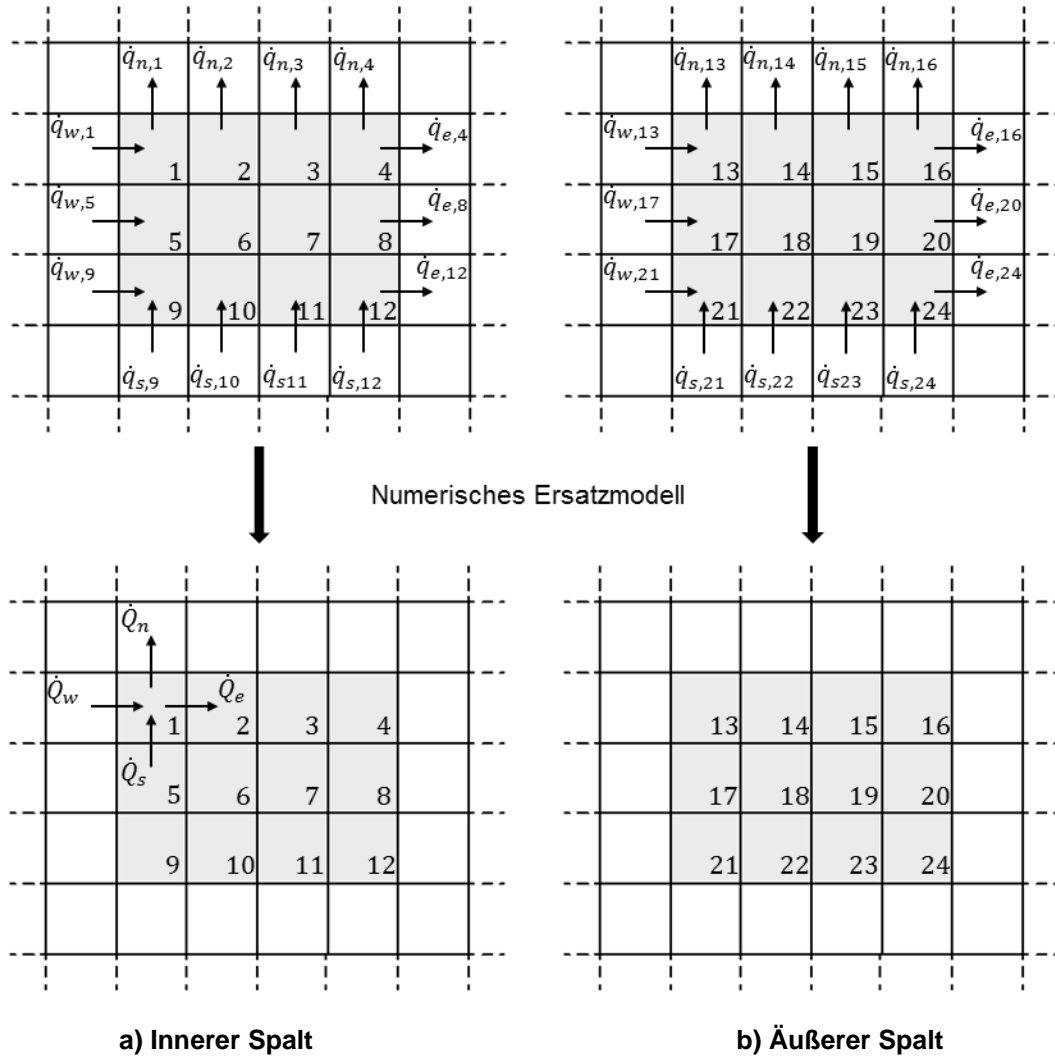


Abbildung 6.14: Numerische Umsetzung der Volumenstrombilanz (6.33) an den Kopplungsbohrungen.

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\sum_{i \in \{4,8,12\}} \dot{q}_{e,i} - \sum_{i \in \{1,5,9\}} \dot{q}_{w,i} + \sum_{i \in \{1,2,3,4\}} \dot{q}_{n,i} - \sum_{i \in \{9,10,11,12\}} \dot{q}_{s,i}}_{\text{innerer Schmierfilm}} \\
 &= \underbrace{\sum_{i \in \{16,20,24\}} \dot{q}_{e,i} - \sum_{i \in \{13,17,21\}} \dot{q}_{w,i} + \sum_{i \in \{13,14,15,16\}} \dot{q}_{n,i} - \sum_{i \in \{21,22,23,24\}} \dot{q}_{s,i}}_{\text{äußerer Schmierfilm}}
 \end{aligned} \tag{6.35}$$

Die einzelnen Volumenströme \dot{q} können mit den Beziehungen aus (2.56) und (2.57) berechnet werden. Für die Implementierung dieser Randbedingung werden alle Volumenströme aus Gleichung (6.35) immer auf das Volumenelement links oben in der Kopplungsbohrung im inneren Spalt bilanziert, das die Nr. 1 in Abbildung 6.14 besitzt. Die Volumenströme der übrigen Elemente in der Kopplungsbohrung werden zu Null gesetzt.

Damit sind im numerischen Ersatzmodell in Abbildung 6.14 die Volumenströme \dot{Q} immer die Summe der Volumenströme aller Elemente der Kopplungsbohrung im inneren und äußeren Spalt \dot{q} .

$$\begin{aligned}\dot{Q}_e &= \sum_{i \in \{4,8,12\}} \dot{q}_{e,i} + \sum_{i \in \{16,20,24\}} \dot{q}_{e,i} & \dot{Q}_w &= \sum_{i \in \{1,5,9\}} \dot{q}_{w,i} + \sum_{i \in \{13,17,21\}} \dot{q}_{w,i} \\ \dot{Q}_n &= \sum_{i \in \{1,2,3,4\}} \dot{q}_{n,i} + \sum_{i \in \{13,14,15,16\}} \dot{q}_{n,i} & \dot{Q}_s &= \sum_{i \in \{9,10,11,12\}} \dot{q}_{s,i} + \sum_{i \in \{21,22,23,24\}} \dot{q}_{s,i}\end{aligned}\quad (6.36)$$

Folglich wird die Volumenstrombilanz (6.35) im linearen Gleichungssystem (2.58) komplett in die Zeile des Elements 1 geschrieben. Für alle übrigen Elemente im inneren und äußeren Schmierpalt wird der berechnete Druck des Elements 1 gesetzt.

$$\Pi_i = \Pi_1 \quad \text{mit } i \in \{2,3, \dots, 24\} \quad (6.37)$$

Auf diese Weise ist es möglich, beide Schmierpalte simultan in einem Gleichungssystem zu lösen, so dass die Volumenstrombilanz im kompletten Lager erfüllt ist. Damit kann die Rechenzeit im Vergleich zu einer getrennten Berechnung der beiden Schmierfilme und einer anschließenden iterativen Bestimmung des hydraulischen Gleichgewichts deutlich reduziert werden.

6.3.2 Energiegleichung für Planetenradgleitlager mit Schwimmbuchse

Zur Ermittlung der Temperaturverteilung in Planetenradgleitlagern mit Schwimmbuchse muss ebenfalls die Energiegleichung für das gesamte System gelöst werden. Diese setzt sich aus zwei Energiegleichungen für die Schmierfilme, einer Wärmeleitungsgleichung für den Planeten und für den Bolzen und einer zusätzlichen Wärmeleitungsgleichung für die Schwimmbuchse zusammen. Da die Schwimmbuchse wie der Planet rotiert, ist die Temperaturverteilung ebenfalls unabhängig von der Umfangskoordinate φ und es ergibt sich die folgende Gleichung.

$$c_{SB} \rho_{SB} \frac{\partial T_{SB}}{\partial t} = \lambda_{SB} \left(\lambda_{SB} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_{SB}}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T_{SB}}{\partial z^2} \right) \right) \quad (6.38)$$

An den Übergängen zwischen der Schwimmbuchse und dem Fluid wird ein kontinuierlicher Wärmestrom definiert.

$$\lambda_{SB} \cdot \frac{\partial T_{SB}(z, r = R_{SB})}{\partial r} = \lambda \cdot \frac{\partial T(z, r = R_{SB})}{\partial r} \quad (6.39)$$

In axialer Richtung wird der Wärmestrom von dem Wärmeübergangskoeffizienten $\alpha_{SB,ax}$ und der Umgebungstemperatur $T_{u,ax}$ beeinflusst, so dass sich die folgende Randbedingung ergibt.

$$\lambda_{SB} \cdot \frac{\partial T_{SB}(z = \pm B/2, r)}{\partial z} = \alpha_{SB,ax} \cdot (T_{u,ax} - T_{SB}(z = \pm B/2, r)) \quad (6.40)$$

An den Kopplungsbohrungen kann je nach Druckgefälle das Fluid vom inneren in den äußeren Spalt oder umgekehrt strömen. Aus diesem Grund wird bei der Definition der Zuführtemperatur in jeder Bohrung zuerst die Strömungsrichtung ermittelt. Anschließend werden die Temperaturen der Kontrollvolumen an der Kopplungsbohrung des Spaltes, aus dem das Fluid hinausfließt, zu \bar{T}_{ab} gemittelt und in dem anderen Spalt als Zuführtemperatur \bar{T}_{zu} vorgegeben.

In der Abbildung 6.15 sind alle spezifischen Wärmeströme in einem Planetenradgleitlager mit Schwimmbuchse dargestellt.

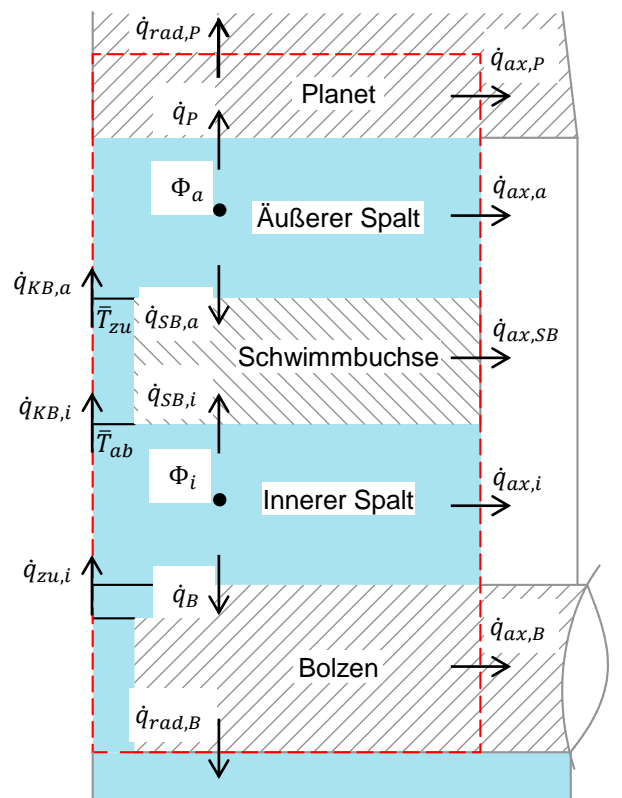


Abbildung 6.15: Spezifische Wärmeströme in einem Planetenlager mit Schwimmbuchse

Die Wärmebilanz im Lager ist erfüllt, wenn die dissipierten Wärmemengen in den beiden Spalten Φ_i und Φ_a mit den konvektiven Wärmeströmen $\dot{q}_{ax,i}$ und $\dot{q}_{ax,a}$ und

den konduktiven Wärmeströmen über die Bauteile $\dot{q}_{rad,P}$, $\dot{q}_{rad,B}$, $\dot{q}_{ax,P}$, $\dot{q}_{ax,B}$, $\dot{q}_{ax,SB}$ im Gleichgewicht sind.

$$\Phi_i + \Phi_a = \dot{q}_{ax,i} + \dot{q}_{ax,a} + \dot{q}_{rad,P} + \dot{q}_{rad,B} + \dot{q}_{ax,P} + \dot{q}_{ax,B} + \dot{q}_{ax,SB} \quad (6.41)$$

6.3.3 Bestimmung der Schwimmbuchsendrehzahl bei hydrodynamischen Bedingungen

In den Reynolds'schen Differenzialgleichungen für den inneren (6.31) und äußeren Schmierfilm (6.32) wird neben der Umfangsgeschwindigkeit des Planeten U_P , die als Betriebsbedingung vorgegeben wird, auch die Umfangsgeschwindigkeit der Schwimmbuchse im inneren $U_{i,SB}$ und äußeren Schmierfilm $U_{a,SB}$ benötigt.

Die Schwimmbuchse wird im äußeren Schmierfilm durch die hydrodynamische Reibung des Schmierfilms beschleunigt und vom Schmierfilm im inneren Spalt abgebremst. Sobald die Reibmomente im inneren $M_{R,i}$ und äußeren Schmierfilm $M_{R,a}$ betragsmäßig gleich groß sind, ist die Schwimmbuchsendrehzahl für den stationären Betrieb erreicht [61].

$$M_{R,hyd,i} + M_{R,hyd,a} = 0 \quad (6.42)$$

Das Reibmoment wird über die Reibkraft F_R und den Innenradius- $R_{SB,i}$ bzw. Außenradius $R_{SB,a}$ der Schwimmbuchse berechnet. Das Moment in Folge der Flüssigkeitsreibung $M_{R,hyd}$ wird mit Hilfe des Newton'schen Schubspannungsgesetzes bestimmt, z. B. [63].

$$M_{R,hyd} = R \int_A \tau_{hyd} dA = R \int_A \eta \cdot \dot{\gamma} dA = R \int_A \eta \cdot \frac{\partial u}{\partial y} dA \quad (6.43)$$

Mit den Strömungsgeschwindigkeiten in Umfangsrichtung aus Gleichung (2.43) kann das hydrodynamische Reibmoment im gesamten Planetenradgleitlager ermittelt werden.

$$M_{R,hyd} = R \int_A \frac{\partial p_{hyd}}{\partial x} \left(y - \frac{F_1}{F_0} \right) + \frac{U_2 - U_1}{F_0} dA \quad (6.44)$$

Zuletzt müssen lediglich die Randbedingungen (6.29) und (6.30) eingesetzt werden, um die Reibmomente im inneren und äußeren Spalt an der Schwimmbuchse zu erhalten.

$$\text{Innerer Spalt } y = h_i: \quad M_{R,hyd,i} = R_{SB,i} \int_A \frac{\partial p_{hyd,i}}{\partial x} \left(h_i - \frac{F_1}{F_{0,i}} \right) - \frac{\omega_{SB} R_{SB,i}}{F_{0,i}} dA \quad (6.45)$$

$$\text{Äußerer Spalt } y = 0: \quad M_{R,hyd,a} = R_{SB,a} \int_A - \frac{\partial p_{hyd,a}}{\partial x} \frac{F_{1,a}}{F_{0,a}} + \frac{\omega R - \omega_{SB} R_{SB,a}}{F_{0,a}} dA$$

Unter der Voraussetzung eines hydrodynamischen Betriebs ist es möglich, die Schwimmbuchsendrehzahl direkt beim Lösen der Reynolds'schen Differenzialgleichung zu bestimmen. Dazu bildet die Gleichung (6.42) die letzte Zeile des Gleichungssystems (2.58) und der Lösungsvektor enthält neben den unbekannten Druckwerten als letzten Eintrag die gesuchte Schwimmbuchsendrehzahl. Weiterhin müssen die Couette-Terme aus der Gleichung (6.31) und (6.32) aufgeteilt werden, so dass die Terme mit der Schwimmbuchsenengeschwindigkeit $U_{i,SB}$ bzw. $U_{a,SB}$ separat von den Termen mit der Umfangsgeschwindigkeit des Planeten U_p stehen. An dieser Stelle ist zu beachten, dass ein nichtlineares Gleichungssystem vorliegt, da in dem Gleichungssystem das Produkt aus der unbekannten Winkelgeschwindigkeit ω_{SB} und dem ebenfalls unbekannten Füllungsgrad F steht. Da die Bestimmung des Kavitationsgebiets iterativ durch mehrmaliges Lösen der Reynolds'schen Differenzialgleichung bestimmt wird, kann für den Füllungsgrad immer der Wert aus der vorherigen Iteration gesetzt und somit wieder ein lineares Gleichungssystem geschaffen werden. Weiterhin haben die Kavitationsgebiete aufgrund ihrer Mangelschmierung nur einen sehr geringen Einfluss auf die Reibmomente im Lager, so dass ein stabiler Algorithmus gewährleistet ist.

Unter Berücksichtigung der Kopplung des inneren und äußeren Schmierfilms und dem zusätzlichen Gleichgewicht der Reibmomente genügt das einmalige Lösen der Reynolds'schen Differenzialgleichung, um die hydrodynamischen Bedingungen im gesamten Lager sowie die Schwimmbuchsendrehzahl zu erhalten. Zusätzliche Iterationsschleifen, wie sie in den früheren Programmen zur Berechnung von Schwimmbuchsen in Turboladern noch notwendig waren, z. B. [50], entfallen und ein effizienter Algorithmus ermöglicht die rasche Durchführung von Parametervariationen.

6.3.4 Verifizierung der Schwimmbuchsendrehzahl

Die Berechnung der Schwimmbuchsendrehzahl aus den Reibmomenten ist für einen zentrischen Lauf unter isoviskosen Bedingungen auch auf analytischem Weg möglich. In diesem Spezialfall existiert nur eine Couette-Strömung im Schmierspalt und die Poiseuille-Strömungen sind Null, da die Spalthöhe konstant ist. Indem die Gleichungen für die Reibmomente (6.45) gleichgesetzt werden, folgt für die Schwimmbuchsendrehzahl n_{SB} :

$$n_{SB} = \frac{n_P}{1 + \frac{B_i}{B_a} \frac{\eta_i}{\eta_a} \frac{\Delta R_a}{\Delta R_i} \cdot \left(\frac{R_{SB,i}}{R_{SB,a}} \right)^3} \quad (6.46)$$

Diese hängt in diesem Spezialfall nur von dem Verhältnis der radialen Lagerspiele ΔR und dem Verhältnis des inneren $R_{SB,i}$ und äußeren Radius $R_{SB,a}$ der Schwimmbuchse ab.

Exemplarisch wird dazu das Gleitlager PLSB195 mit Schwimmbuchse aus Abbildung 6.1 für verschiedene Planetendrehzahlen n_P berechnet.

Als Schmierstoff wird ein Öl der Viskositätsklasse ISO VG 320 verwendet und die Drehzahl des Planeten von $n_P = 0 \text{ min}^{-1}$ auf $n_P = 240 \text{ min}^{-1}$ erhöht.

Die numerisch berechnete Schwimmbuchsendrehzahl liegt in der Abbildung 6.16 etwas oberhalb der analytisch berechneten Drehzahl.

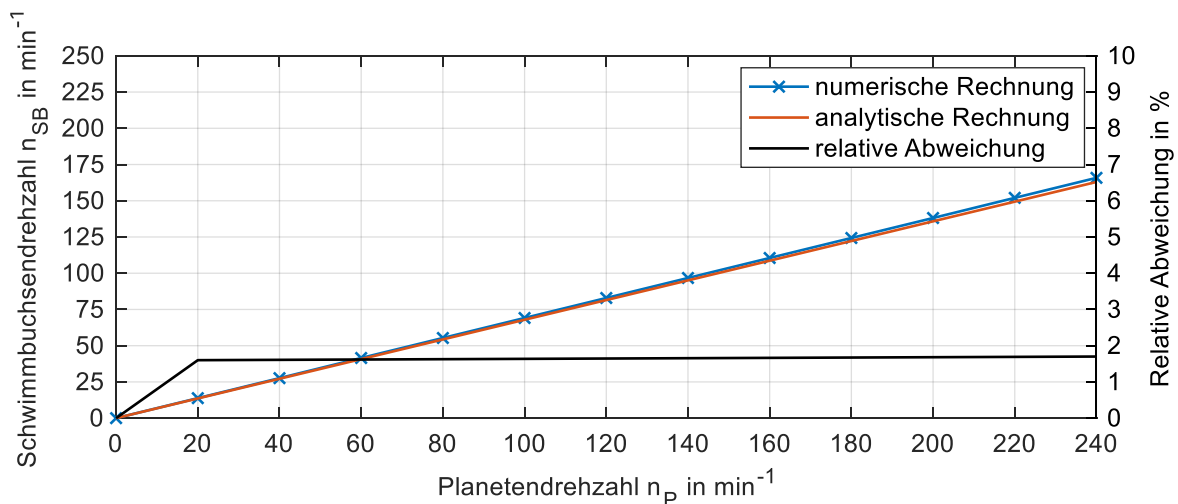


Abbildung 6.16: Vergleich zwischen numerisch und analytisch berechneter Schwimmbuchsendrehzahl (PLSB195, $p_{zu} = 0,5 \text{ bar}$, $T_{zu} = 60 \text{ °C}$)

Im Gegensatz zum analytischen Ansatz berücksichtigt die numerische Simulation auch die 18 Kopplungsbohrungen in der Schwimmbuchse, so dass die relativen Abweichungen von knapp 2 % zu erklären sind.

6.3.5 Bestimmung der Schwimmbuchsendrehzahl bei Mischreibung

Die Berechnung der Schwimmbuchsendrehzahl, die in Kapitel 0 vorgestellt wurde, ist nur unter hydrodynamischen Bedingungen in beiden Spalten gültig. Im Betrieb kann jedoch gerade bei niedrigen Drehzahlen und hohen Lasten Mischreibung auftreten, so dass ein zusätzliches Reibmoment aufgrund der Festkörperkontakte entsteht. Die äußere Last wirkt in gleichem Maß sowohl auf den inneren als auch auf den äußeren Schmierpalt. Jedoch ergibt sich für den inneren Schmierpalt aufgrund des kleineren Durchmessers eine höhere spezifische Pressung, so dass Mischreibung gewöhnlich zuerst in diesem auftritt. Durch die zusätzlichen Festkörperkontakte erhöht sich das Bremsmoment im inneren Spalt stärker als das Antriebsmoment im äußeren Spalt und die Schwimmbuchse kann komplett zum Stehen kommen. Aus der Gleitlagerung mit zwei Spalten entsteht damit ein Gleitlager mit lediglich einem hydrodynamisch wirksamen Spalt.

Das Momentengleichgewicht zur Bestimmung der Schwimmbuchsendrehzahl erweitert sich somit zu:

$$(M_{R,hyd,i} + M_{R,c,i}) + (M_{R,hyd,a} + M_{R,c,a}) = M_{R,i} + M_{R,a} = 0 \quad (6.47)$$

Die Reibmomente der Festkörperanteile $M_{R,c}$ können aus den Reibkräften F_R bzw. der Schubspannung τ_c bestimmt werden.

$$\begin{aligned} \text{Innerer Spalt } y = h_i: \quad M_{R,c,i} &= R_{SB,i} \cdot F_{R,i} = R_{SB,i} \int_0^{2\pi} \int_0^B \tau_{c,i} R_{SB,i} d\varphi dz \\ \text{Äußerer Spalt } y = 0: \quad M_{R,c,a} &= R_{SB,a} \cdot F_{R,a} = R_{SB,a} \int_0^{2\pi} \int_0^B \tau_{c,a} R_{SB,a} d\varphi dz \end{aligned} \quad (6.48)$$

Die Schubspannung ergibt sich aus dem Produkt zwischen dem Festkörperkontakt-
druck, der in Kapitel 2.3 als Funktion der Spalthöhe bestimmt wurde, und dem Reibungskoeffizienten μ , der aus den Stift-Scheibe Versuchen in Kapitel 3.3 bekannt ist.

Soll bei der Bestimmung der Schwimmbuchsendrehzahl auch die Festkörperreibung berücksichtigt werden, kann der Fall vorliegen, dass nur im inneren Schmierfilm

Mischreibung auftritt. Im äußeren Spalt herrscht dagegen wegen der höheren hydrodynamischen Geschwindigkeit und der kleineren spezifischen Belastung noch reine Flüssigkeitsreibung. Alleine durch eine Variation der Schwimmbuchsendrehzahl, die lediglich die hydrodynamischen Reibanteile $M_{R,hyd}$ beeinflusst, kann die große Differenz zwischen den Reibmomenten nicht mehr ausgeglichen werden. Aus diesem Grund kann die Gleichung (6.47) auch nicht mehr direkt in das Gleichungssystem zur Berechnung des Schmierfilmdrucks geschrieben werden. Die eigentliche Anpassung der Schwimmbuchsendrehzahl erfolgt mit Hilfe eines Newtonverfahrens.

$$n_{SB}^{(i+1)} = n_{SB}^{(i)} + \frac{(M_{R,i} + M_{R,a})^{(i)}}{(M_{R,i} + M_{R,a})^{(i)} - (M_{R,i} + M_{R,a})^{(i-1)}} \cdot (n_{SB}^{(i)} - n_{SB}^{(i-1)}) \quad (6.49)$$

Liefert die Nullpunktsuche kein physikalisch sinnvolles Ergebnis, da das abbremssende Reibmoment bei allen Schwimmbuchsendrehzahlen deutlich größer als das antreibende Moment im äußeren Spalt ist, bleibt die Schwimmbuchse stehen und es ergibt sich lediglich ein hydrodynamisch wirksamer Spalt.

6.3.6 Sensitivitätsstudien zu Planetenradgleitlagern mit Schwimmbuchse

Bei der Auslegung von Planetenradgleitlagern mit Schwimmbuchsen können die gewählten relativen Lagerspiele im inneren und äußeren Spalt sowie die Anzahl der Kopplungsbohrungen einen großen Einfluss auf das spätere Betriebsverhalten haben. Zur Verbesserung des Systemverständnis werden Parameterstudien durchgeführt. Für eine exemplarische Analyse wird die Geometrie des Planetenradlagers PLSB195 aus der Abbildung 6.1 verwendet und bei gleichbleibenden Betriebsbedingungen ($n = 180 \text{ min}^{-1}$, $F = 540 \text{ kN}$) für verschiedene Lagerspiele analysiert.

Die Sommerfeldzahl So dient als dimensionslose Kennzahl zum Vergleich verschiedener Gleitlager. Diese ergibt sich nach [147] aus dem spezifischen Druck \bar{p} , dem relativen Lagerspiel ψ , der hydrodynamisch wirksamen Winkelgeschwindigkeit ω und der dynamischen Viskosität η .

$$\text{Innerer Spalt: } So = \frac{\bar{p}_i \cdot \psi_{i,eff}^2}{\omega_{SB} \cdot \eta} \quad (6.50)$$

$$\text{Äußerer Spalt: } So = \frac{\bar{p}_a \cdot \psi_{a,eff}^2}{(\omega_P + \omega_{SB}) \cdot \eta} \quad (6.51)$$

Je größer dabei die Sommerfeldzahl wird, desto höher ist das Lager belastet. Da die spezifische Last \bar{p} und die Winkelgeschwindigkeit des Planeten ω_P durch die Anwendung vorgegeben sind, müssen die Schwimmbuchsendrehzahl ω_{SB} und die Viskosität η möglichst groß sein und gleichzeitig das relative Lagerspiel ψ möglichst klein gewählt werden. Dementsprechend wird ein Schmierstoff mit einer hohen Viskosität, z. B. ISO-VG 320, verwendet und ein kleines radiales Lagerspiel benutzt.

Da der innere Spalt, bedingt durch den kleineren Durchmesser, eine höhere spezifische Belastung und eine kleinere hydrodynamisch wirksame Geschwindigkeit im Vergleich zum äußeren Spalt besitzt, sind die minimalen Schmierfilmdicken im Betrieb gewöhnlich geringer. Aus diesem Grund muss bei der Gestaltung der Lagerstelle vor allem der innere Spalt betrachtet werden. Die Tragfähigkeit des inneren Spaltes kann erhöht werden, indem das relative Lagerspiel ψ_i möglichst klein gewählt wird und gleichzeitig die Schwimmbuchsendrehzahl möglichst groß ist. Eine Beschleunigung der Schwimmbuchse kann entweder durch eine Erhöhung des relativen Lagerspiels im inneren Spalt oder eine Reduzierung des relativen Lagerspiels im äußeren Spalt erreicht werden. Bei einem größeren Lagerspiel im inneren Spalt, sinkt entsprechend Gleichung (6.43) das abbremssende Moment an der Schwimmbuchse und die Drehzahl wird größer. Umgekehrt erhöht ein kleineres Lagerspiel im äußeren Spalt das antreibende Moment und die Schwimmbuchse rotiert ebenfalls schneller. Dieser Zusammenhang wird in der Abbildung 6.17 gezeigt.

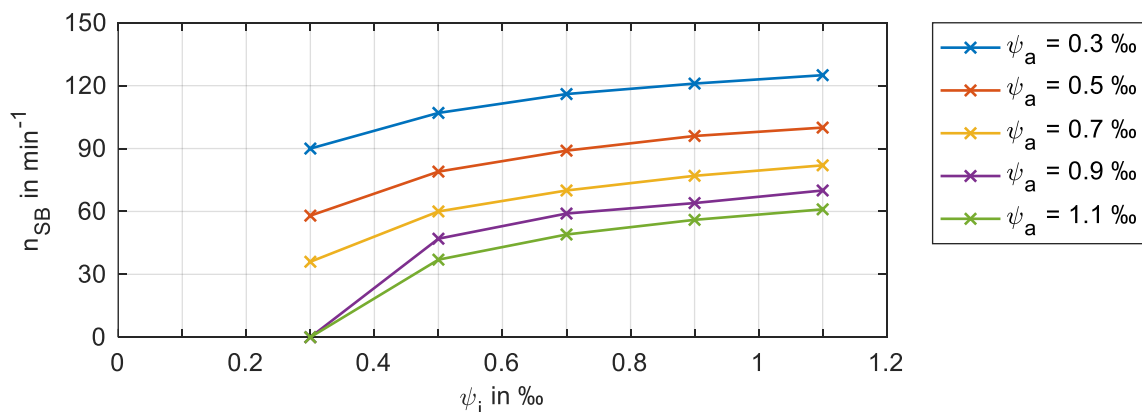


Abbildung 6.17: Abhängigkeit der Schwimmbuchsendrehzahl von den relativen Lagerspielen im inneren ψ_i und äußeren Spalt ψ_a (PLSB195, $\bar{p}_i = 13,5 \text{ MPa}$, $\bar{p}_a = 11,7 \text{ MPa}$, $n = 180 \text{ min}^{-1}$, $p_{zu} = 2 \text{ bar}$, $T_{zu} = 40 \text{ °C}$)

Eine Erhöhung des Lagerspiels im inneren Spalt erhöht letztendlich die Sommerfeldzahl, da das relative Lagerspiel in dieser quadratisch steht, während die Winkelgeschwindigkeit nur linear eingeht. Folglich müssen sowohl das innere als auch das

äußere Lagerspiel möglichst gering gewählt werden, dass in beiden Spalten eine möglichst große minimale Schmierfilmdicke existiert. In der Abbildung 6.18 wird bestätigt, dass die minimale Spalthöhe im inneren Spalt kleiner als im äußeren Spalt ist und dass kleine Lagerspiele vor allem für eine ausreichende Schmierfilmhöhe im inneren Spalt notwendig sind. Der äußere Spalt wird dagegen sogar positiv beeinflusst, falls das Lagerspiel im inneren Spalt vergrößert wird, da sich dadurch die Schwimmbuchsendrehzahl entsprechend Gleichung (6.19) erhöht und folglich die Tragfähigkeit zunimmt.

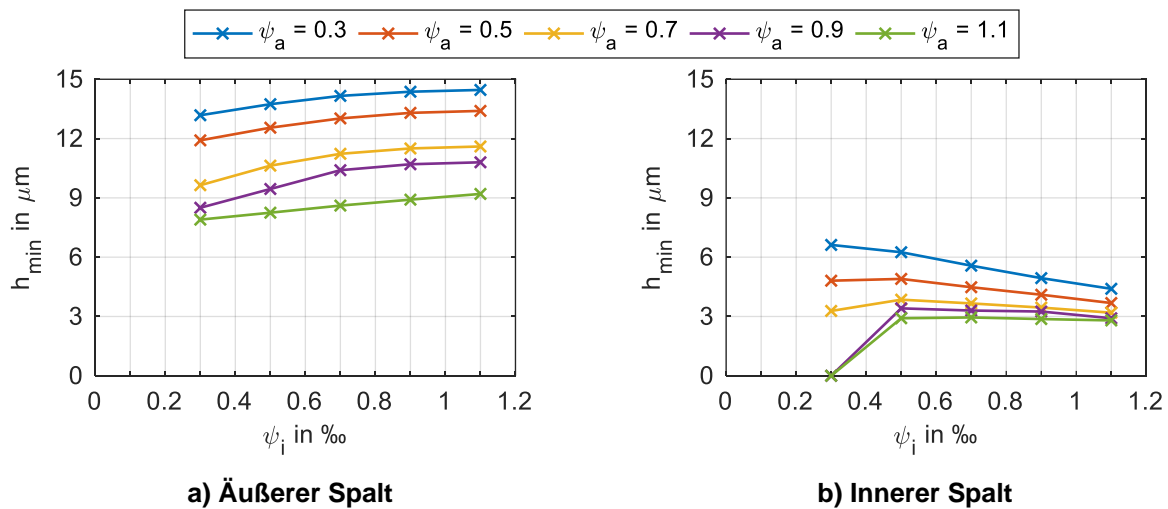


Abbildung 6.18: Abhängigkeit der minimalen Spalthöhe vom relativen Lagerspiel im inneren ψ_i und äußeren Spalt ψ_a (PLSB195, $\bar{p}_i = 13,5 \text{ MPa}$, $\bar{p}_a = 11,7 \text{ MPa}$, $n = 180 \text{ min}^{-1}$, $p_{zu} = 2 \text{ bar}$, $T_{zu} = 40 \text{ °C}$)

Bei der Auslegung der Lagerspiele ist weiterhin darauf zu achten, dass sich der Bolzen, die Schwimmbuchse und der Planet radial nach außen ausdehnen werden, sobald diese von dem warmen Schmierstoff aufgeheizt werden. Da oftmals der Wärmeausdehnungskoeffizient der Schwimmbuchse K_{SB} für typische Materialpaarungen deutlich größer als derjenige des Bolzens K_B oder des Planeten K_P ist, wird sich das effektive Lagerspiel im inneren Spalt $\psi_{eff,i}$ vergrößern, während sich dasjenige im äußeren Spalt $\psi_{eff,a}$ tendenziell verkleinern wird.

Innerer Spalt:
$$\psi_{eff,i} = \psi_i - K_B(\bar{T}_B - T_{0,B}) + \frac{2 t_{SB}}{d} \cdot K_{SB}(\bar{T}_{SB} - T_{0,SB}) \quad (6.52)$$

Äußerer Spalt:
$$\psi_{eff,a} = \psi_a - \frac{2 t_{SB}}{d} \cdot K_{SB}(\bar{T}_{SB} - T_{0,SB}) + \frac{2 t_P}{d} \cdot K_P(\bar{T}_P - T_{0,P}) \quad (6.53)$$

\bar{T} bezeichnet die mittlere Temperatur der Bauteile im Betrieb, T_0 die Temperatur der Bauteile bei der Fertigung, d ist der Durchmesser des Bolzens und t die Dicke der Schwimmbuchse bzw. des Planeten.

Neben den Lagerspielen wird in der Abbildung 6.19 auch noch die Anzahl der Kopplungsbohrungen variiert.

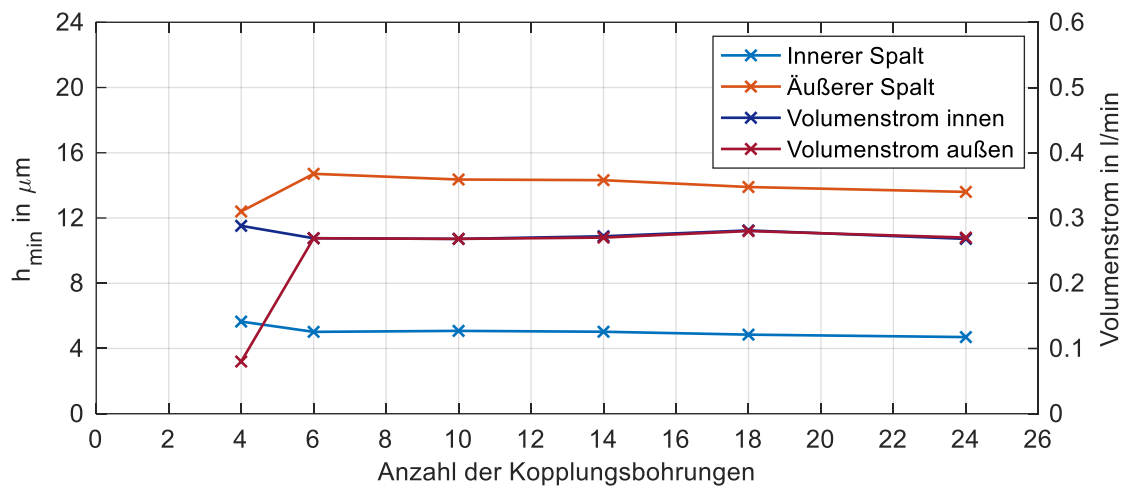


Abbildung 6.19: Variation der Anzahl an Kopplungsbohrungen (PLSB195, $\psi_i = 0,5 \text{ ‰}$, $\psi_a = 0,5 \text{ ‰}$, $\bar{p}_i = 13,5 \text{ MPa}$, $\bar{p}_a = 11,7 \text{ MPa}$, $n = 180 \text{ min}^{-1}$, $p_{zu} = 2 \text{ bar}$, $T_{zu} = 40 \text{ °C}$)

Die Anzahl der Kopplungsbohrungen besitzt über einen weiten Bereich keinen Einfluss auf die minimalen Schmierfilmhöhen im inneren und äußeren Spalt. Erst im Fall einer sehr geringen Anzahl an Kopplungsbohrungen, geht der Volumenstrom im äußeren Spalt deutlich zurück. Die Mangelschmierung reduziert ebenfalls die minimale Spalthöhe im äußeren Spalt. Bei einer sehr großen Anzahl an Bohrungen wird die tragende Fläche merklich reduziert und die minimalen Schmierfilmhöhen sinken sowohl im inneren als auch im äußeren Spalt.

Darüber hinaus wird der äußere Spalt hauptsächlich von den Kopplungsbohrungen versorgt, die auf Höhe der hydrostatischen Tasche oder im konvergenten Spaltbereich liegen. Dagegen existiert im Kavitationsgebiet so gut wie keine Strömung zwischen den beiden Spalten, wie aus dem Diagramm in Abbildung 6.20 klar hervorgeht.

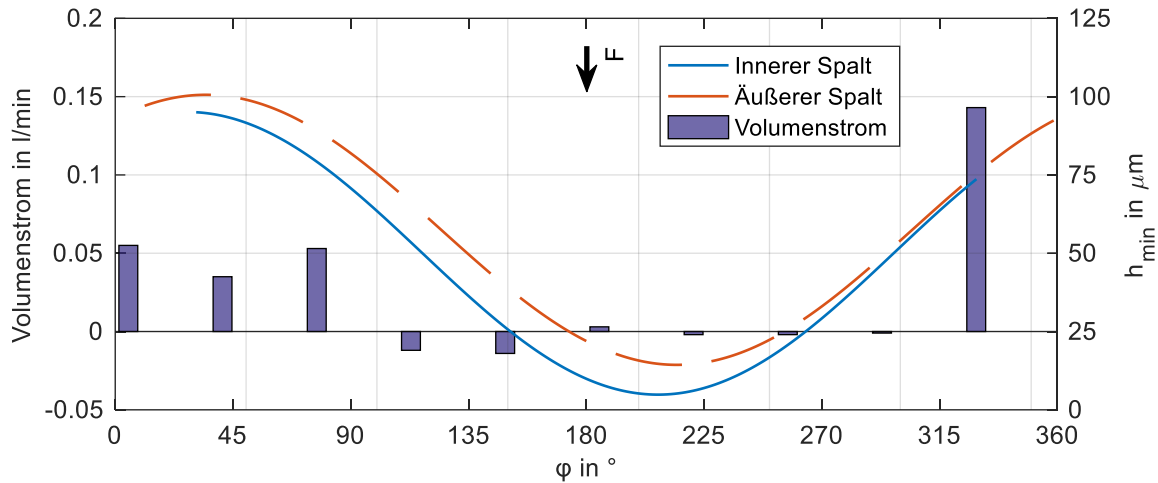


Abbildung 6.20: Aufteilung des Volumenstroms auf 10 Kopplungsbohrungen (PLSB195, $\psi_i = 0,5 \text{ ‰}$, $\psi_a = 0,5 \text{ ‰}$, $\bar{p}_i = 13,5 \text{ MPa}$, $\bar{p}_a = 11,7 \text{ MPa}$, $n = 180 \text{ min}^{-1}$, $p_{zu} = 2 \text{ bar}$, $T_{zu} = 40 \text{ °C}$, $Q_a = 0,28 \text{ l/min}$)

Bei einem positiven Volumenstrom strömt das Fluid vom inneren in den äußeren Spalt. Aus diesem Grund sollte die Anzahl der Kopplungsbohrungen KB derart gewählt werden, dass sichergestellt ist, dass zu jedem Zeitpunkt auf Höhe der hydrostatischen Tasche auch eine Kopplungsbohrung liegt. Folglich sollte der Winkel zwischen zwei Kopplungsbohrungen φ_{KB} kleiner als der Umfangswinkel der hydrostatischen Tasche $\varphi_{Tasche} = 60^\circ$ sein.

$$\varphi_{KB} = \frac{360^\circ}{\sum KB} < \varphi_{Tasche} \quad (6.54)$$

So wären bei dieser Lagergeometrie 6 Kopplungsbohrungen die kleinstmögliche Anzahl. Bei 4 Kopplungsbohrungen wird der Volumenstrom gemäß Abbildung 6.19 bereits stark reduziert, da zu einzelnen Zeitpunkten keine Überdeckung zwischen der Kopplungsbohrung und der hydrostatischen Tasche mehr vorliegt.

Bisher wurden die Kopplungsbohrungen nur in der Lagermitte positioniert. Da jedoch bei einer Schrägverzahnung die Druckberge an den Lagerrändern auftreten, werden in die Schwimmbuchsen in der Praxis [5] zum Teil weitere kleine Kopplungsbohrungen mit einem Durchmesser von $d_{KB} = 4 \text{ mm}$ gemäß Abbildung 6.21 gebohrt. Auf diese Weise kann das Schmiermittel gleichmäßiger im äußeren Spalt verteilt werden und die Druckverteilung wird positiv beeinflusst.

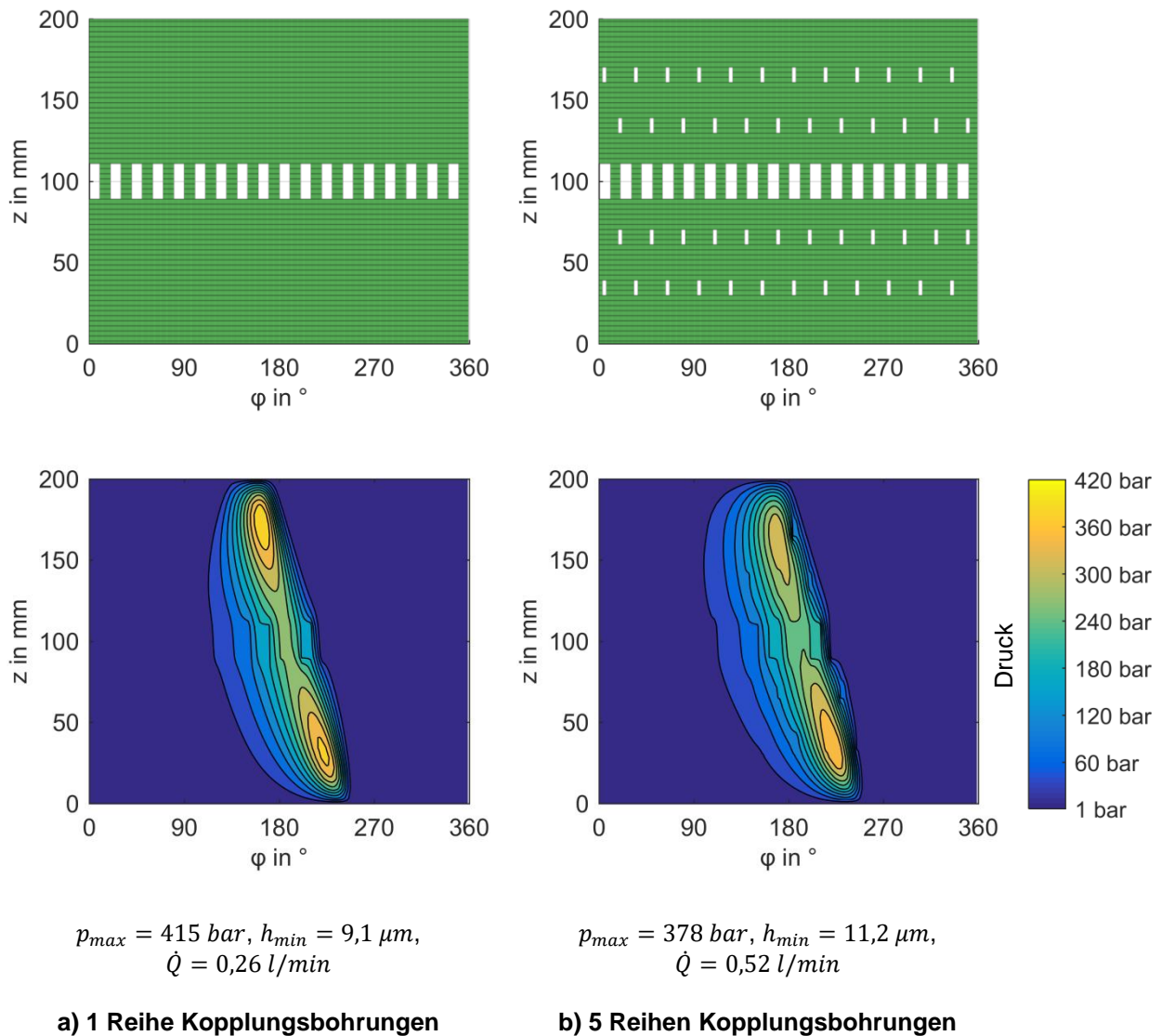


Abbildung 6.21: Druckverteilung im äußeren Spalt bei a) 1 Reihe Kopplungsbohrungen und b) 5 Reihen Kopplungsbohrungen über der Lagerbreite (PLSB195, $\psi_i = 0,5 \text{ ‰}$, $\psi_a = 0,5 \text{ ‰}$, $\bar{p}_i = 13,5 \text{ MPa}$, $\bar{p}_a = 11,7 \text{ MPa}$ $n = 180 \text{ min}^{-1}$, $p_{zu} = 2 \text{ bar}$, $T_{zu} = 40 \text{ °C}$)

Gerade an dem Druckmaximum, das am axialen Lagerrand $z = 200 \text{ mm}$ liegt, beginnt der Druckaufbau erst bei $\varphi = 121^\circ$, wenn nur in der Lagermitte Kopplungsbohrungen vorhanden sind. Bei mehreren Kommunikationsbohrungen über der Lagerbreite steigt der Druck bereits ab $\varphi = 95^\circ$ an. Bei nicht vorhandenen außermittigen Kopplungsbohrungen muss der hochviskose Schmierfilm erst von der Mitte des Lagers an die Ränder strömen. Dies erhöht die maximalen Drücke und verringert die minimale Spaltweite. Deswegen sollten vor allem bei recht breiten Lagern immer zusätzliche kleine Bohrungen über die gesamte Lauffläche verteilt werden, um den Durchfluss im äußeren Spalt deutlich zu erhöhen und eine ausreichende Ölversorgung zu gewährleisten.

gung sicherzustellen. Solange der Durchmesser der kleinen Bohrung nicht zu groß wird, wirken sich diese auch nicht nachteilig auf die Druckverteilung aus.

6.4 Berücksichtigung elastischer Deformationen

Die Zahnräder in Umlaufgetrieben sind sehr nachgiebige Bauteile, da diese nicht von einem massiven Gehäuse umgeben sind und nur punktuell mit dem Sonnenrad und Hohlrad im Eingriff sind. Daher sind die elastischen Deformationen des Planeten im Gegensatz zum Gehäuse bei einem herkömmlichen Festsegmentgleitlager auch deutlich größer. Neben dem Zahnrad verformen sich ebenfalls der Bolzen und die Schwimmbuchse. Die lokalen Deformationen sind bezogen auf die minimalen Schmierpalthöhen groß und ändern daher die Spaltfunktion sowie die Kenngrößenverteilung im Spalt entscheidend. In Abbildung 6.22 sind die qualitativ zu erwartenden Verformungen des Planeten und des Bolzens aufgrund der äußeren Zahnradkräfte und der Schmierfilmkräfte gezeigt.

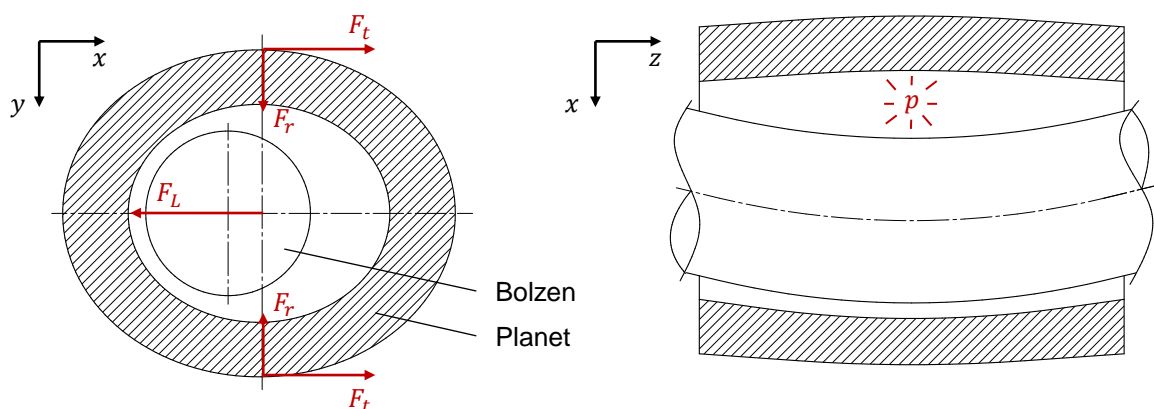


Abbildung 6.22: Qualitative Verformung des Planeten und Bolzen

Die radialen und tangentialen Zahnradkräfte F_r und F_t sowie die resultierende Lagerkraft F_L erzeugen eine Ovalisierung des Planeten in der x - y -Ebene. Weiterhin weiten sich die Bauteile aufgrund des Schmierfilmdrucks p auf, so dass es gerade an den Lagerenden zu Kantenträgern kommen kann. Wirken zusätzliche axiale Kräfte, folgt ein noch komplexerer Verformungszustand. Da dieser analytisch meist nicht mehr hinreichend genau beschrieben werden kann, müssen die Verformungen mit Hilfe einer FE-Analyse ermittelt werden.

6.4.1 Algorithmus zur iterativen Berechnung des Verformungsfeldes

Die Bauteilverformungen des relativ nachgiebigen Planeten und des Bolzens beeinflussen maßgeblich die Druckverteilung im Gleitlager, die wiederum die elastischen Verformungen ändert. Auf diese Weise entsteht eine direkte Wechselwirkung zwischen der Strömungsmechanik im Spalt und der Festkörpermechanik der Bauteile, die zwingend zur Beschreibung der Lagercharakteristik berücksichtigt werden muss. Dabei genügt es nicht, einmalig das Verformungsfeld zu bestimmen, sondern es müssen im Rahmen einer Fixpunktiteration abwechselnd die Reynolds'sche Differenzialgleichung und die daraus resultierenden elastischen Deformationen von Bolzen und Planet berechnet werden, wie es in der Abbildung 6.23 gezeigt ist.

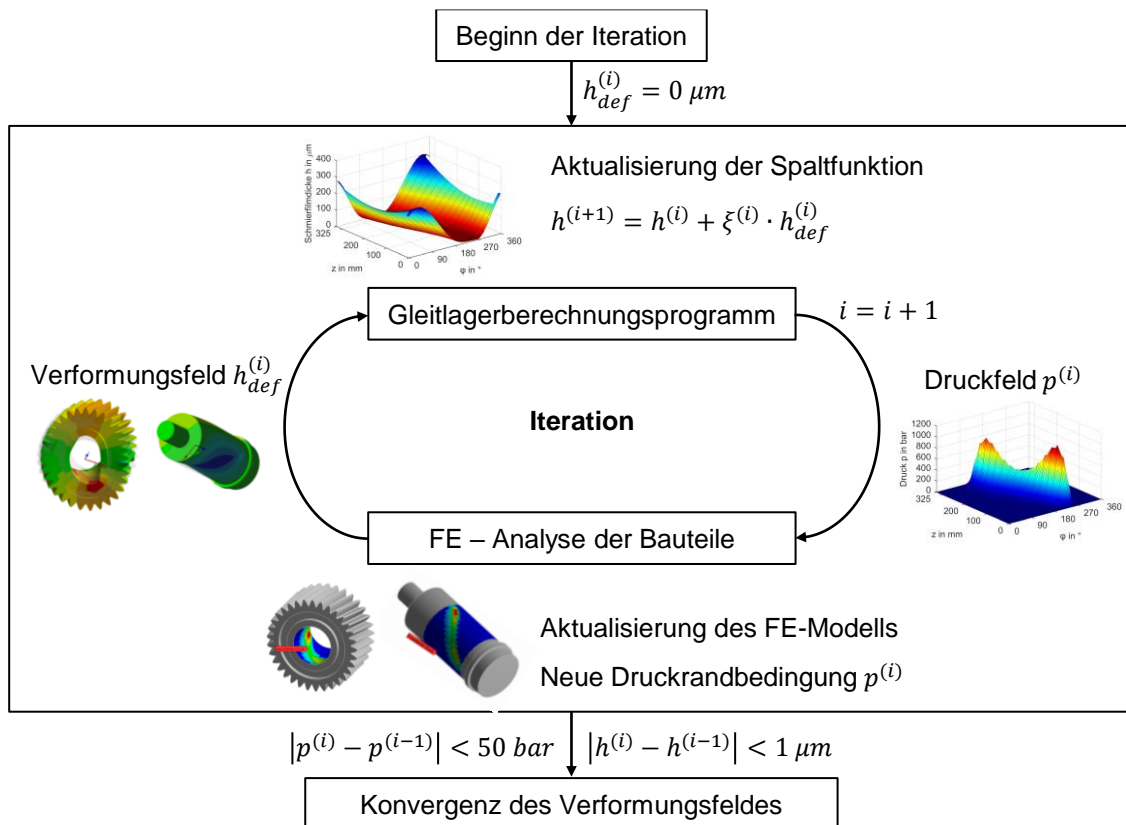


Abbildung 6.23: Flussdiagramm zur Berücksichtigung des Verformungszustands

Die Iteration beginnt, indem in dem Gleitlagerberechnungsprogramm für die unverformte Spaltfunktion das Druckfeld $p^{(i)}$ berechnet wird. Dieses wird an das FE-Programm übergeben und dort als Belastung auf die Bauteile aufgebracht. Die resultierende Verformung $h_{def}^{(i)}$ wird wiederum an das Gleitlagerberechnungsprogramm weitergeleitet und mit einem Relaxationsfaktor $\xi^{(i)}$ zur Spaltfunktion hinzuaddiert.

$$\bar{h}^{(i+1)} = \bar{h}^{(i)} + \xi^{(i)} \cdot h_{def}^{(i)} \quad (6.55)$$

Diese Iteration wird solange wiederholt, bis der Betrag der maximalen lokalen Änderung der Verformung zwischen zwei Schritten unterhalb von $1 \mu m$ beträgt und die maximale lokale Druckänderung kleiner als 50 bar ist.

6.4.2 Berechnung der Deformationen mit Hilfe von Elastizitätsmatrizen

Die Kopplung zwischen dem Gleitlagerberechnungsprogramm, das in Matlab geschrieben ist, und dem FE-Programm Ansys sollte automatisiert ablaufen. Dadurch wird eine sehr effiziente Simulation der Lagerung ermöglicht, bei der keine Daten manuell zwischen den Programmen übergeben werden müssen. Ein automatisierter Austausch der Verformungs- und Druckfelder zwischen Matlab und Ansys ist grundsätzlich zwar umsetzbar, jedoch ist gerade die FE-Analyse im Vergleich zur Lösung der Reynolds'schen Differenzialgleichung sehr zeitintensiv. So muss in jedem Schritt das Druckfeld in eine Textdatei geschrieben werden und in dem FE-Modell des Planeten und des Bolzens als Randbedingung vorgegeben werden. Ansys baut anschließend die neuen Gleichungssysteme für jeden Schritt auf und löst diese, was in Abhängigkeit der verwendeten Elemente, der Ansatzfunktionen und der Knotenanzahl einige Zeit in Anspruch nehmen kann. Folglich kann die Berechnung eines einzelnen Betriebspunktes mehrere Stunden dauern und Parameterstudien bezüglich des idealen Lagerspiels oder der passenden Profilierung des Bolzens werden recht langwierig.

Eine Alternative zu dieser direkten Kopplung bieten die Steifigkeitsmatrizen $\bar{\bar{C}}$ der Bauteile, die die Informationen über die Struktur und die Randbedingungen beinhalten. Sind diese bekannt, können die Verformungen \bar{h} direkt in Matlab berechnet werden und eine Cosimulation mit Ansys kann entfallen.

$$\bar{F}^{(i)} = \bar{\bar{C}} \cdot \bar{h}^{(i)} \quad (6.56)$$

Während sich der Kraftvektor \bar{F} nach jeder Iteration ändert, bleibt die Steifigkeitsmatrix konstant, da die FE-Modelle der Bauteile linear sind. Aufgrund der kleinen Verformungen, die nur einige Mikrometer betragen, ist ein elastisches Materialgesetz zulässig und die Auswirkungen der Deformationen auf die Steifigkeitsmatrizen sind vernachlässigbar. Zudem existieren keine Kontaktstellen in den Modellen, so dass alle möglichen Gründe für eine nichtlineare Modellerstellung ausscheiden.

Besitzt das FE-Modell n Knoten, ergibt sich für die Steifigkeitsmatrix $\bar{\bar{C}}$ die Dimension $(3n \times 3n)$ und für den Kraftvektor \bar{F} die Dimension $(1 \times 3n)$. Mit der Hilfe des Gleitlagerberechnungsprogramms kann jedoch nur ein Kraftvektor $\bar{F}_{COMBROS}$ für die Knoten auf der Lauffläche berechnet werden, indem der Druck im Lager integriert wird. Ist die Lauffläche mit n_x Knoten in Umfangsrichtung und n_z Knoten in axialer Richtung vernetzt, hat der Kraftvektor $\bar{F}_{COMBROS}$ die Dimension $(1 \times 3n_x \cdot n_z)$. Für jedes Kontrollvolumen i können aus dem Druck p_i die Kraftkomponenten in x -, y - und z -Richtung bestimmt und in dem Kraftvektor $\bar{F}_{COMBROS}$ angeordnet werden.

$$\bar{F}_{COMBROS} = \begin{pmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ F_{1z} \\ \vdots \\ F_{(n_x \cdot n_z)x} \\ F_{(n_x \cdot n_z)y} \\ F_{(n_x \cdot n_z)z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_1 \cdot \sin(\varphi_i) \\ p_1 \cdot \cos(\varphi_i) \\ 0 \\ \vdots \\ p_{(n_x \cdot n_z)} \cdot \sin(\varphi_{(n_x \cdot n_z)}) \\ p_{(n_x \cdot n_z)} \cdot \cos(\varphi_{(n_x \cdot n_z)}) \\ 0 \end{pmatrix} r \Delta\varphi \Delta z \quad (6.57)$$

Damit der Kraftvektor $\bar{F}_{COMBROS}$ in die Gleichung (6.56) eingesetzt und diese gelöst wird, muss die gesamte Steifigkeitsmatrix auf die Knoten der Lauffläche kondensiert werden. Erst dann passt die Dimension der Steifigkeitsmatrix $\bar{\bar{C}}$ zu der Dimension des Kraftvektors $\bar{F}_{COMBROS}$ und die Verformungen können berechnet werden. Diese Substrukturierung wird in dem FE-Programm Ansys durchgeführt. Dazu werden die Knoten der Lauffläche als Hauptfreiheitsgrade und alle übrigen Knoten als Nebenfreiheitsgrade festgelegt. Durch diese Zuweisung können die Matrizen in Gleichung (6.56) in „Master Nodes“ (Index m) und die „Slave Nodes“ (Index s) entsprechend der Theorie von *Craig* und *Bampton* [19] aufgeteilt werden.

$$\begin{bmatrix} \bar{F}_m \\ \bar{F}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\bar{C}}_{mm} & \bar{\bar{C}}_{ms} \\ \bar{\bar{C}}_{sm} & \bar{\bar{C}}_{ss} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{h}_m \\ \bar{h}_s \end{bmatrix} \quad (6.58)$$

Die Größe \bar{h}_m entspricht den gesuchten Deformationen der Lauffläche \bar{h}_{def} in Gleichung (6.55) und der Vektor \bar{F}_m den berechneten Lagerkräften $\bar{F}_{COMBROS}$. Wird das Gleichungssystem (6.58) ausmultipliziert folgen die beiden Beziehungen:

$$\bar{F}_{COMBROS} = \bar{\bar{C}}_{mm} \cdot \bar{h}_{def} + \bar{\bar{C}}_{ms} \cdot \bar{h}_s \quad (6.59)$$

$$\bar{F}_s = \bar{\bar{C}}_{sm} \cdot \bar{h}_{def} + \bar{\bar{C}}_{ss} \cdot \bar{h}_s. \quad (6.60)$$

Indem die Gleichung (6.60) nach den Verschiebungen \bar{h}_s umgestellt und in (6.59) eingesetzt wird,

$$\underbrace{(\bar{C}_m - \bar{C}_{ms}[\bar{C}_{ss}]^{-1}\bar{C}_{sm})}_{\bar{C}_{red}} \cdot \bar{h}_{def} = \bar{F}_{COMBROS} - \underbrace{\bar{C}_{ms}[\bar{C}_{ss}]^{-1}\bar{F}_s}_{\bar{F}_{red}} \quad (6.61)$$

folgt das reduzierte Gleichungssystem:

$$\bar{C}_{red} \cdot \bar{h}_{def}^{(i)} = \bar{F}_{COMBROS}^{(i)} - \bar{F}_{red} \quad (6.62)$$

Wird in Ansys und dem Gleitlagerberechnungsprogramm die gleiche Knotenanzahl mit identischer Position auf der Lauffläche festgelegt, kann der Kraftvektor $\bar{F}_{COMBROS}^{(i)}$ ohne Interpolation direkt in die Beziehung (6.62) eingesetzt werden.

FE Modell des Planeten

Das FE-Modell des Planeten ist in Abbildung 6.24 zu sehen. Auf diesen wirken die Zahnradkräfte und die berechneten Lagerkräfte $\bar{F}_{COMBROS}$, die theoretisch im Gleichgewicht sind. Da die Ermittlung der Lagerkräfte im Gleitlagerberechnungsprogramm auf numerischem Weg erfolgt, kann dieses Kräftegleichgewicht jedoch nicht vollständig erfüllt werden und es bleiben kleine Abweichungen bestehen. Zur Kompensation werden daher noch schwache Federn definiert, so dass das Modell des Planeten statisch bestimmt ist und keine Starrkörperbewegungen auftreten können.

Anschließend findet die Reduzierung der Steifigkeitsmatrix und der Zahnradkräfte statt. Das reduzierte Modell besteht dann nur noch aus den Masterknoten auf der Lauffläche, während die übrige Struktur und die schwachen Federn in der reduzierten Elastizitätsmatrix \bar{C}_{red} und die Zahnradkräfte in dem reduzierten Kraftvektor \bar{F}_{red} in Gleichung (6.62) stehen.

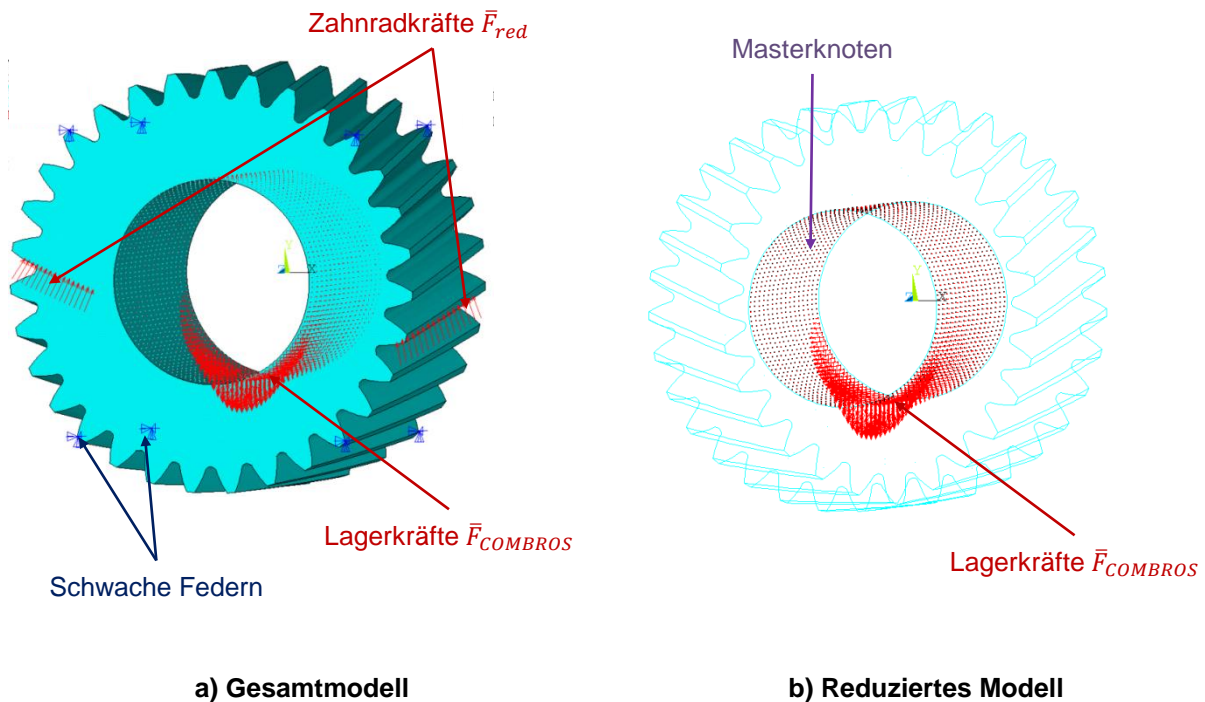


Abbildung 6.24: a) Gesamtes FE-Modell des Planeten
b) Reduziertes FE-Modell des Planeten

In Abbildung 6.25 ist die Besetzung der Steifigkeitsmatrix des gesamten FE-Modells und des reduzierten FE-Modells für den Planeten dargestellt.

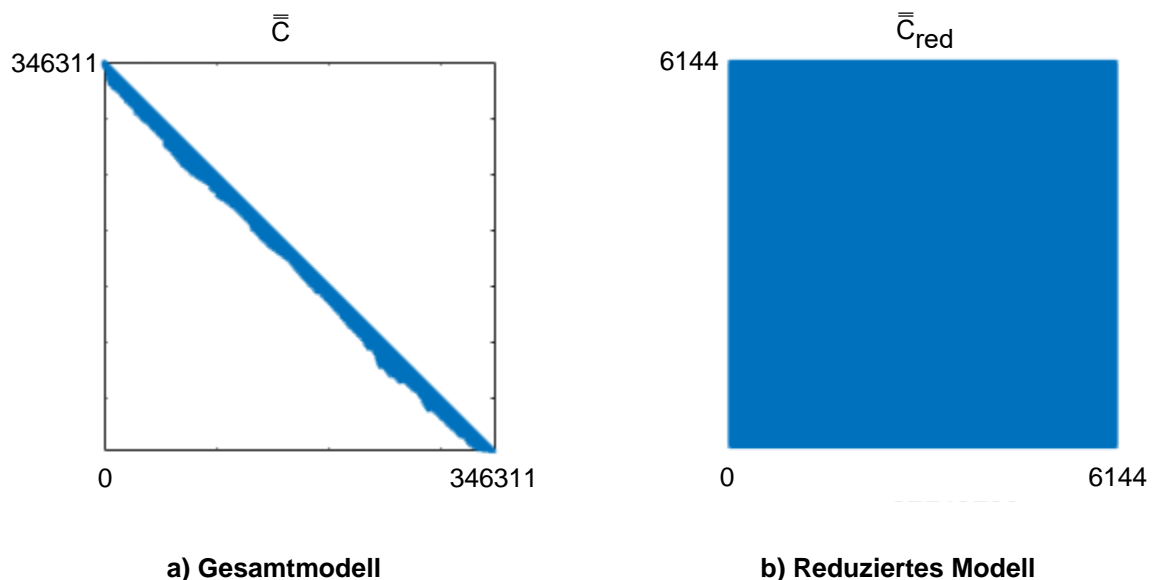


Abbildung 6.25: a) Steifigkeitsmatrix des gesamten FE-Modells für den Planeten
b) Steifigkeitsmatrix des reduzierten FE-Modells für den Planeten

So sinkt in Folge der Kondensation die Anzahl der Freiheitsgrade von $DOF = 346311$ auf $DOF_{red} = 6144$ und die dünnbesetzte Bandmatrix ist nicht mehr zu erkennen.

Die Bestimmung der Steifigkeitsmatrizen muss für die Bauteile nur ein einziges Mal durchgeführt werden, da die Steifigkeit der Struktur eines linearen FE-Modells gleich bleibt und unabhängig von den äußeren Lasten ist. Weiterhin können unterschiedliche Lastfälle analysiert werden, indem der reduzierte Kraftvektor skaliert wird. Folglich kann die Substrukturierung des Modells für Nominallast F_{nom} durchgeführt werden und bei der Analyse eines alternativen Szenarios F_{al} , muss lediglich der Kraftvektor \bar{F}_{red} mit einem Faktor R multipliziert werden. Dazu wird die Gleichung (6.62) für den Planeten in eine allgemeingültige Form umgeschrieben.

$$\bar{C}_{red,P} \cdot \bar{h}_{def,P}^{(i)} = \bar{F}_{COMBROS}^{(i)} - R \cdot \bar{F}_{al} \quad \text{mit} \quad R = \frac{F_{al}}{F_{nom}} \quad (6.63)$$

FE Modell des Bolzens

Bei der Erstellung des FE-Modells für den Bolzen wird analog vorgegangen. Die Lagerung des Bolzens im Planetenträger wird in Abbildung 6.26 mit einer Fest-Loslagerung modelliert.

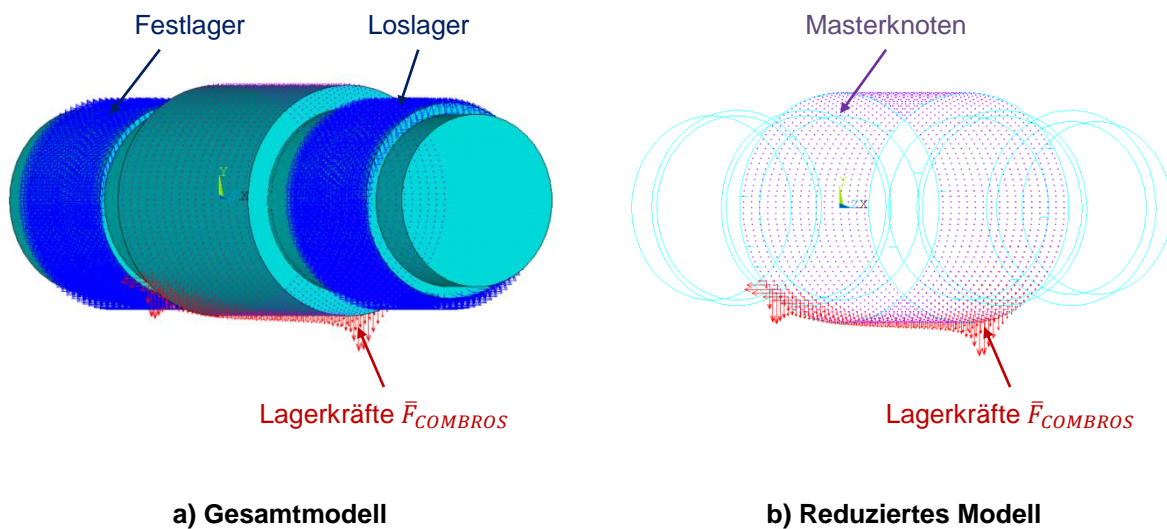


Abbildung 6.26: a) Gesamtes FE-Modell des Bolzens
b) Reduziertes FE-Modell des Bolzens

Da auf den Bolzen lediglich die Lagerkräfte $\bar{F}_{COMBROS}$ wirken, ist der reduzierte Kraftvektor $\bar{F}_{red} = 0$ und die Gleichung zur Berechnung der Deformationen lautet:

$$\bar{C}_{red,B} \cdot \bar{h}_{def,B}^{(i)} = \bar{F}_{COMBROS}^{(i)} \quad (6.64)$$

Sobald die Verformungen des Planeten und des Bolzens bekannt sind, kann die resultierende Verformung des Schmierspalts \bar{h}_{def} berechnet und die Spaltfunktion entsprechend der Gleichung (6.55) aktualisiert werden.

FE Modell der Schwimmbuchse

Einen Spezialfall stellt die Berechnung der Verformungen an der relativ nachgiebigen Schwimmbuchse dar. Auf diese wirken die Lagerkräfte des inneren und äußeren Spalts, die bis auf numerische Ungenauigkeiten im Gleichgewicht sind. Da sich die dünnwandigen Schwimmbuchsen aufgrund der Diskretisierung und der Vorgabe von Kraftvektoren lokal sehr stark verformen können, genügt es nicht schwache Federn zu definieren. Stattdessen werden gemäß Abbildung 6.27 zusätzlich die berechneten Lagersteifigkeiten $\bar{\bar{c}}_i$ und $\bar{\bar{c}}_a$ vorgegeben, um die Schwimmbuchse zu versteifen. Diese bilden die Änderung der Schmierfilmeigenschaften infolge der Deformation ab, um die Verformungen zu beschränken und damit die Konvergenz der gesamten Gleitlagerberechnung zu gewährleisten. Zur Vereinfachung werden jedoch nur die Steifigkeitskoeffizienten in x -Richtung c_{xx} und in y -Richtung c_{yy} mit Hilfe von 2D-Federelementen in Ansys berücksichtigt.

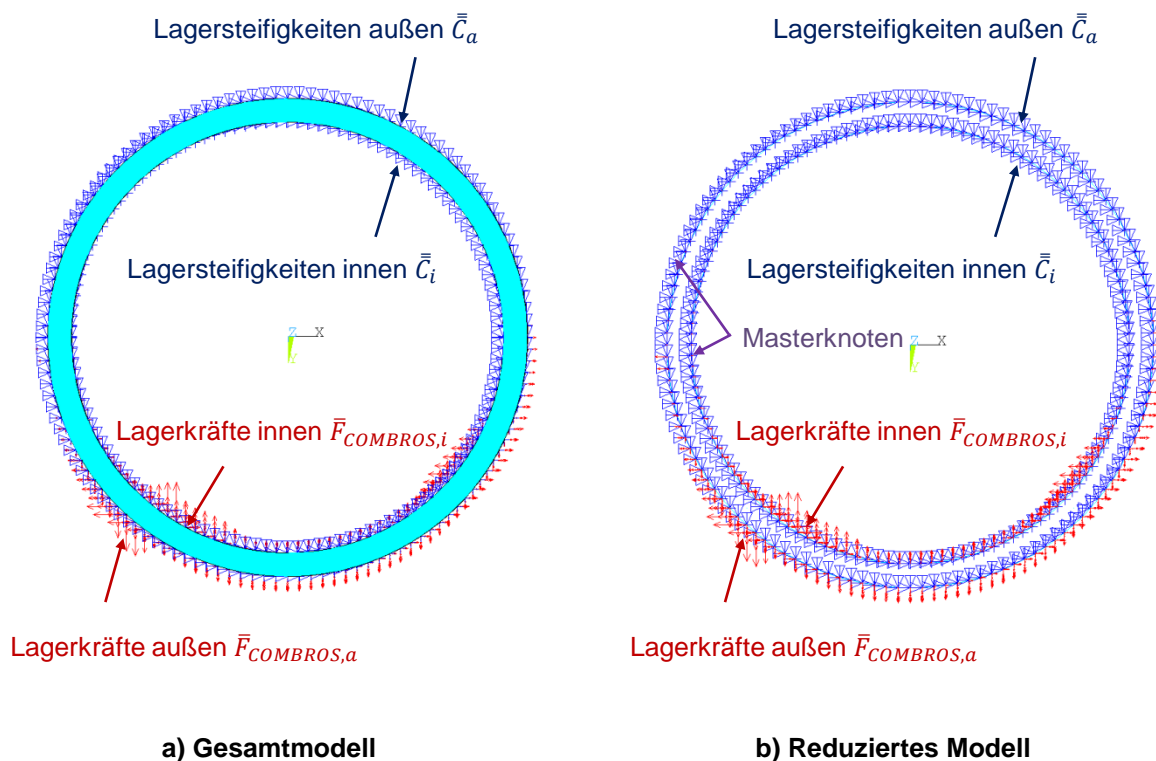


Abbildung 6.27: a) Gesamtes FE-Modell der Schwimmbuchse
b) Reduziertes FE-Modell der Schwimmbuchse

Im Gegensatz zum Planeten und Bolzen besitzt die Schwimmbuchse sowohl auf der inneren als auch auf der äußeren Gleitfläche Masterknoten. Daher ist die Dimension der Steifigkeitsmatrix auch doppelt so groß wie die der Steifigkeitsmatrizen des Planeten oder Bolzens. Da sich die Lagersteifigkeiten $\bar{\bar{C}}_i$ bzw. $\bar{\bar{C}}_a$ im Gegensatz zur Steifigkeit der Struktur $\bar{\bar{C}}_{red}$ in jedem Schritt ändern, können diese nicht mit kondensiert werden. Es ist daher notwendig, die Steifigkeitskomponenten des Gleitlagers zu der reduzierten Steifigkeitsmatrix zu addieren. Folglich müssen die Koeffizienten c_{xx} und c_{yy} und die Einträge auf der Hauptdiagonalen der reduzierten Steifigkeitsmatrix $\bar{\bar{C}}_{red,SB}$ der Schwimmbuchse summiert werden.

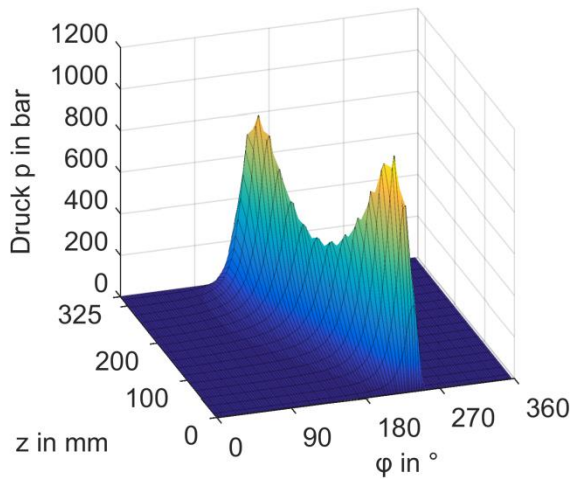
$$\left(\bar{\bar{C}}_{red,SB} + \begin{bmatrix} c_{xx,1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & c_{yy,1} & 0 & \dots \\ \vdots & 0 & c_{zz,1} & 0 \\ & \vdots & 0 & \ddots \end{bmatrix} \right)^{(i)} \underbrace{\begin{bmatrix} \bar{h}_{def,SB,i}^{(i)} \\ \bar{h}_{def,SB,a}^{(i)} \end{bmatrix}}_{\bar{h}_{def,SB}^{(i)}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \bar{F}_{COMBROS,i}^{(i)} \\ \bar{F}_{COMBROS,a}^{(i)} \end{bmatrix}}_{\bar{F}_{COMBROS}^{(i)}} \quad (6.65)$$

In der oberen Hälfte der Vektoren $\bar{h}_{def,SB}$ und $\bar{F}_{COMBROS}$ stehen die Verformungen bzw. Kräfte für den inneren Spalt und in der unteren Hälfte die Kennwerte für den äußeren Spalt. Auf diese Weise können sowohl der innere als auch der äußere Spalt mit den jeweiligen Verformungsfeldern aktualisiert werden.

6.4.3 Beispielrechnung ohne Schwimmbuchse

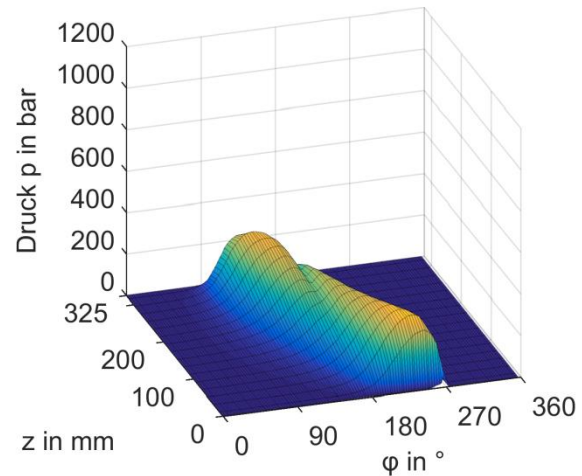
Zuerst wird das Planetenlager PL248 aus der Abbildung 6.1 mit dem profilierten Bolzen aus Abbildung 6.11 analysiert. Dabei werden jetzt auch die elastischen Verformungen des Planeten und des Bolzens berücksichtigt und als Konvergenzkriterium die maximale lokale Änderung der Verformung und des Drucks entsprechend der Abbildung 6.23 verwendet.

In der Abbildung 6.28 ist die Druckverteilung ohne und mit Deformation zu sehen. Durch die Ovalisierung des Planeten erstreckt sich der Druckaufbau über einen längeren Umfangswinkel, so dass die maximalen Drücke deutlich reduziert werden und die Verformungen zu einer verschleißarmen hydrodynamischen Schmierung führen. Somit ist die Berücksichtigung der elastischen Deformationen bei der Berechnung von Planetenlagern zwingend erforderlich. In der Abbildung 6.29 ist die unverformte Lagerkontur in der Lagermitte und am Lagerrand gemeinsam mit der verformten Kontur des Bolzens und des Planeten dargestellt.



$$p_{max} = 1047 \text{ bar}, h_{min} = 2,7 \mu\text{m}$$

a) Starres Lager



$$p_{max} = 308 \text{ bar}, h_{min} = 3,8 \mu\text{m}$$

b) Verformtes Lager

Abbildung 6.28: Druckverteilung des a) starren und b) verformten Lagers (PL248, $n = 50 \text{ min}^{-1}$, $\bar{p} = 12 \text{ MPa}$, $p_{zu} = 2 \text{ bar}$, $T_{zu} = 55 \text{ °C}$)

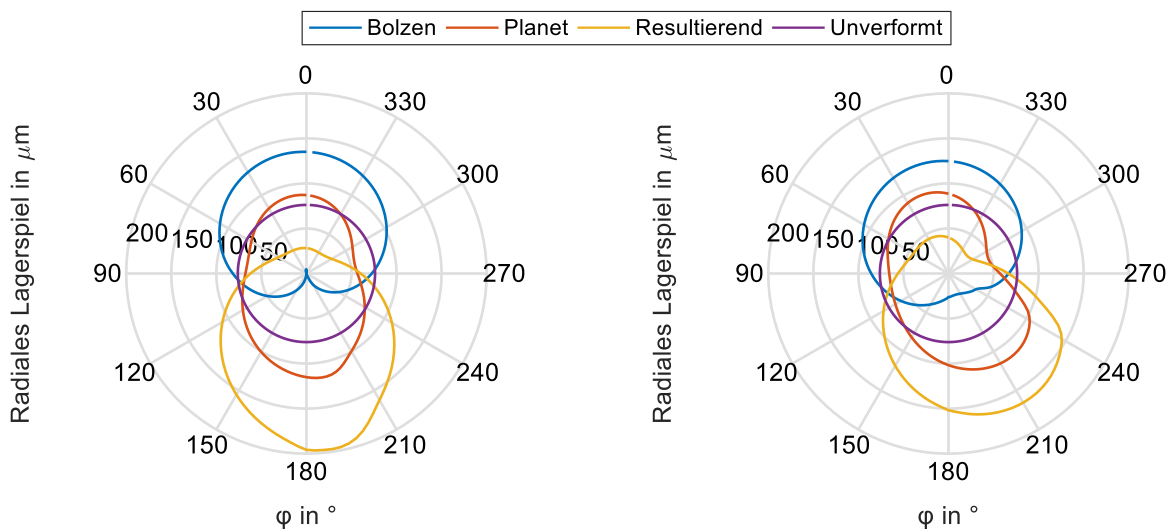
a) Lagermitte, $z = 162,5 \text{ mm}$ b) Lagerrand, $z = 325 \text{ mm}$

Abbildung 6.29: Spaltkontur in der a) Lagermitte und am b) Lagerrand (PL248, $n = 50 \text{ min}^{-1}$, $\bar{p} = 12 \text{ MPa}$, $p_{zu} = 2 \text{ bar}$, $T_{zu} = 55 \text{ °C}$)

In der Lagermitte ist deutlich die Ovalisierung des Planeten zu erkennen, so dass sich das Lagerspiel in der Lastzone $120^\circ < \varphi < 240^\circ$ vergrößert. Der Bolzen wird dagegen in der Lastzone eingedrückt. Das Verformungsfeld am Lagerrand ist für beide Bauteile etwas gedreht im Vergleich zur Lagermitte, da der maximale Druck am Lagerrand gemäß Abbildung 6.28 erst bei etwa $\varphi = 240^\circ$ anliegt.

In der Summe führt dies zu der Gesamtverformung:

$$h_{def} = h + h_{def,P} - h_{def,B} \quad (6.66)$$

Zur besseren Veranschaulichung der dreidimensionalen Verformungen sind in Abbildung 6.30 noch einmal die verformten FE-Modelle des Bolzens und des Planeten nach dem ersten Iterationsschritt dargestellt.

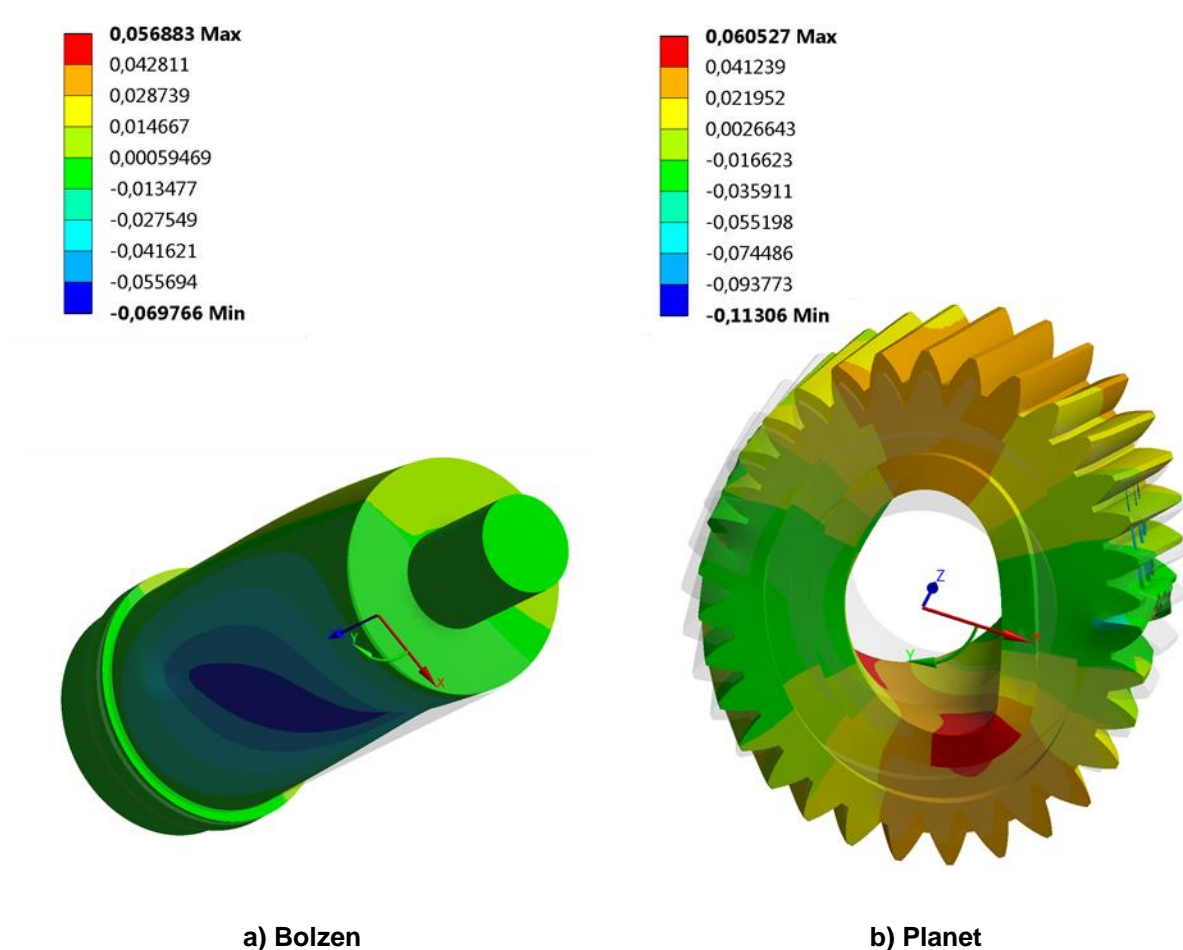


Abbildung 6.30: Berechnete Verformungen des a) Bolzens und b) Planeten (PL248, $n = 50 \text{ min}^{-1}$, $\bar{p} = 12 \text{ MPa}$, $p_{zu} = 2 \text{ bar}$, $T_{zu} = 55 \text{ °C}$)

Da die Steifigkeitsmatrizen aus dem FE-Programm Ansys exportiert wurden, sind die Verformungen aus Abbildung 6.29 und Abbildung 6.30 identisch. Dies ist besonders gut an der verformten Kontur des Zahnrads erkennbar. Weiterhin sind die Reaktionskräfte an den schwachen Federn nahezu Null, da die äußeren Zahnradkräfte und die resultierenden Lagerkräfte bis auf numerische Ungenauigkeiten im Gleichgewicht sind. Da die Zahnradkräfte an nur 4 Knoten, die gleichmäßig über die Zahnbreite verteilt sind, aufgebracht wurden, treten an diesen Stellen entsprechend Abbildung 6.30 sehr hohe Verformungen auf. Diese vereinfachte Kraftdefinition zulässig, weil mit der

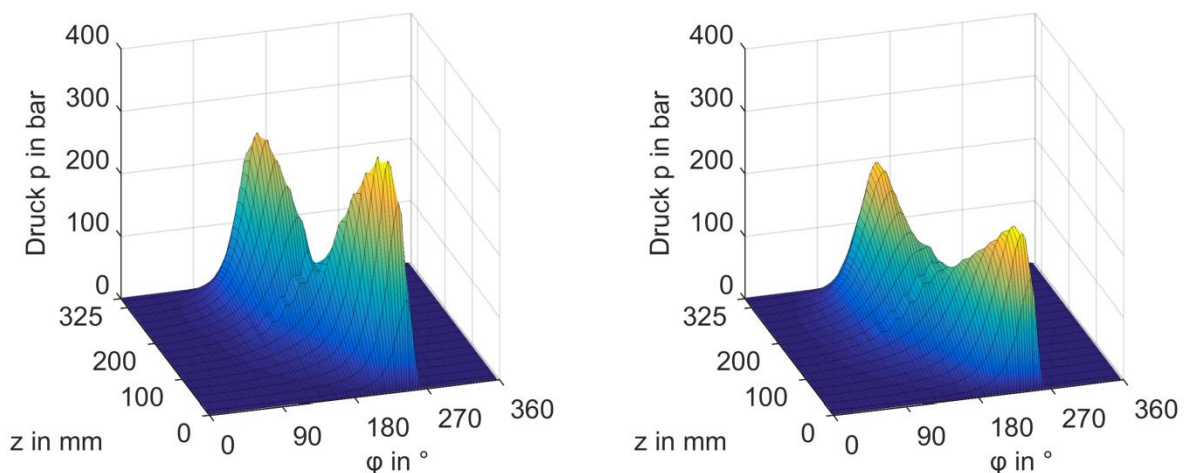
durchgeführten FE-Analyse kein Festigkeitsnachweis der Zähne durchgeführt wird und lediglich die Gesamtverformung von Interesse ist.

6.4.4 Beispielrechnung mit Schwimmbuchse

Als zweites Beispiel wird die Lagergeometrie PLSB248 aus Abbildung 6.1 untersucht. Dieses hat zwar den gleichen Bolzendurchmesser wie das zuvor untersuchte Lager PL248, jedoch besitzt es zusätzlich eine Schwimmbuchse und damit zwei hydrodynamische wirksame Spalte.

Wird das Lager mit der Schwimmbuchse ebenfalls mit $\bar{p} = 12 \text{ MPa}$ bei einer Drehzahl von $n = 50 \text{ min}^{-1}$ belastet, tritt im inneren Spalt Mischreibung auf und nur noch der äußere Spalt ist hydrodynamisch wirksam. Aus diesem Grund wird die äußere Last halbiert und gleichzeitig die Drehzahl auf $n = 240 \text{ min}^{-1}$ erhöht, so dass in beiden Schmierfilmen hydrodynamische Bedingungen vorliegen. Für den inneren Spalt ergibt sich die Druckverteilung aus Abbildung 6.31.

Aufgrund der Verformungen sinkt der maximale Druck um ca. 120 bar und es ergibt sich ein gleichmäßigeres Tragbild. Da jedoch gleichzeitig die Drehzahl der Schwimmbuchse zunimmt, erhöht sich die Dissipation und die Temperatur des Schmierfilms. Folglich sinkt die Viskosität, so dass die minimale Spalthöhe leicht abnimmt.



$$p_{\max} = 353 \text{ bar}, h_{\min} = 6,7 \mu\text{m}, n_{SB} = 105 \text{ min}^{-1}$$

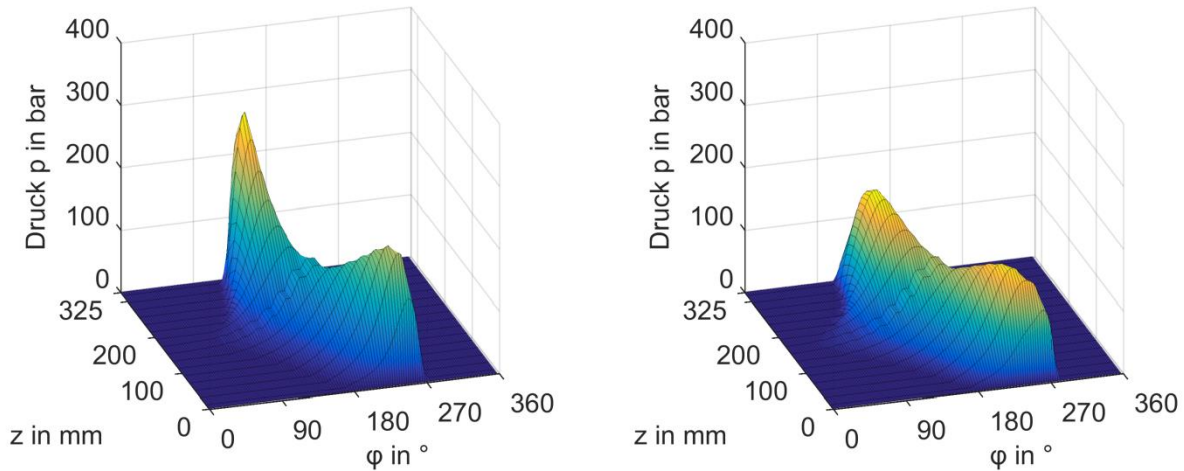
a) Starres Lager

$$p_{\max} = 237 \text{ bar}, h_{\min} = 6,4 \mu\text{m}, n_{SB} = 118 \text{ min}^{-1}$$

b) Verformtes Lager

Abbildung 6.31: Druckverteilung des starren (a) und verformten (b) Lagers im inneren Spalt (PLSB248, $n = 240 \text{ min}^{-1}$, $\bar{p} = 6 \text{ MPa}$, $p_{zu} = 2 \text{ bar}$, $T_{zu} = 55 \text{ °C}$)

Die Druckverteilungen des äußeren Spalts sind in der Abbildung 6.32 zu sehen.



$$p_{\max} = 281 \text{ bar}, h_{\min} = 9,6 \mu\text{m}, n_{SB} = 105 \text{ min}^{-1} \quad p_{\max} = 173 \text{ bar}, h_{\min} = 12,6 \mu\text{m}, n_{SB} = 118 \text{ min}^{-1}$$

a) Starres Lager

b) Verformtes Lager

Abbildung 6.32: Druckverteilung des starren (a) und verformten (b) Lagers im äußeren Spalt (PLSB248, $n = 240 \text{ min}^{-1}$, $\bar{p} = 5,4 \text{ MPa}$, $p_{zu} = 2 \text{ bar}$, $T_{zu} = 55 \text{ °C}$)

Im äußeren Spalt sinkt ebenfalls der maximale Druck um ca 100 bar, jedoch steigt dieses Mal auch die minimale Spalthöhe signifikant an. Durch die Erhöhung der Drehzahl der Schwimmbuchse steigt im äußeren Spalt die hydrodynamisch wirksame Geschwindigkeit u_{hyd} und gleichzeitig nimmt die Relativgeschwindigkeit u_{rel} zwischen dem Planeten und der Schwimmbuchse ab.

$$u_{hyd} = u_P + u_{SB} \quad u_{rel} = u_P - u_{SB} \quad (6.67)$$

Aufgrund der kleineren Relativgeschwindigkeit zwischen den Bauteilen sinkt die Dissipation und das Temperaturniveau fällt, so dass die Viskosität ansteigt und damit die Tragfähigkeit zunimmt.

Zum Abschluss werden noch einmal die verformten Konturen im inneren und äußeren Spalt in der Lagermitte dargestellt, Abbildung 6.33.

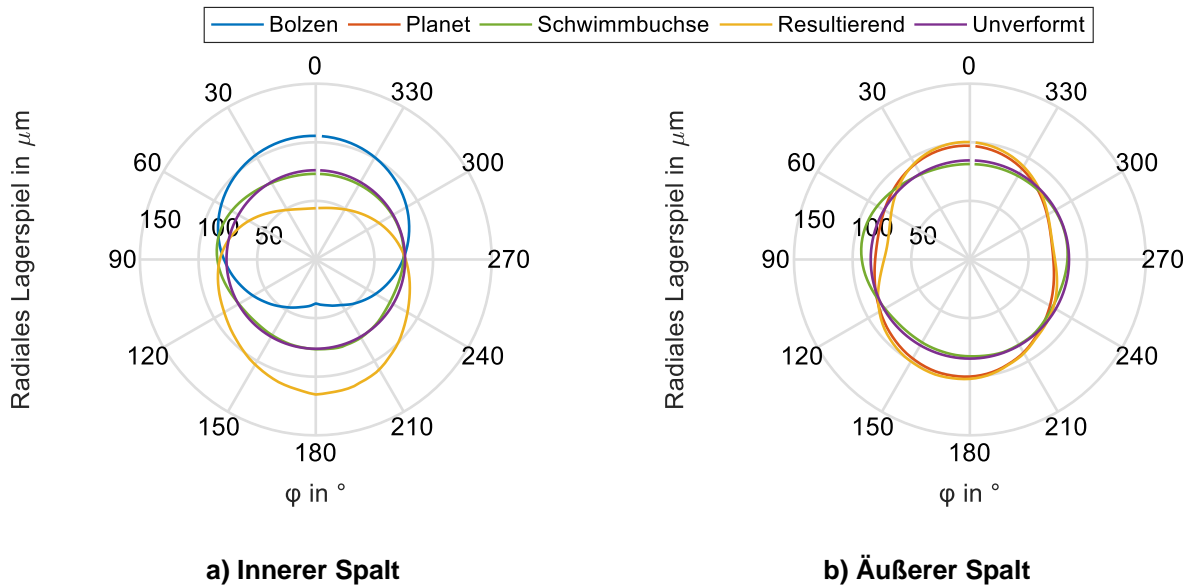


Abbildung 6.33: Spaltkontur in der Lagermitte für den inneren (a) und äußeren (b) Spalt (PLSB248, $\bar{p}_i = 6 \text{ MPa}$, $\bar{p}_a = 5,4 \text{ MPa}$, $n = 240 \text{ min}^{-1}$, $p_{zu} = 2 \text{ bar}$, $T_{zu} = 55 \text{ °C}$)

Ebenso wie bei der Berechnung des Planetenradlagers mit nur einem hydrodynamisch wirksamen Spalt begünstigen die elastischen Verformungen das Betriebsverhalten der Gleitlagerstelle und haben einen wesentlichen Einfluss auf die verschiedenen Kennwerte des Lagers. Daher sollten die Verformungen bei allen Planetenradlagern, die in diesem Bereich spezifischer Belastungen betrieben werden, berücksichtigt werden, um aussagekräftige Simulationen durchführen und das gesamte Potential auszunutzen zu können.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Gleitlagerberechnungsprogramm zur Simulation langsam laufender und hochbelasteter Gleitlager in Planetengetrieben entwickelt. Dieses ermöglicht neben der Vorhersage der statischen und dynamischen Lagerkennwerte im hydrodynamischen Betrieb auch eine Aussage über das Lagerverhalten in der Mischreibung und über die Folgen von Verschleiß. Weiterhin wurden FE-Modelle der Bauteile aufgebaut und die Steifigkeitsmatrizen extrahiert, um die Kopplung zwischen der Festkörper- und der Strömungsmechanik auf effiziente Weise berücksichtigen zu können. Alle beschriebenen Modelle schließen dabei die Simulation von Schwimmbuchsen mit ein.

Zur Umsetzung wurde das validierte Gleitlagerberechnungsprogramm COMBROS R an die speziellen Anforderungen von Planetengetrieben angepasst und mit entsprechenden Modellen zur Erfassung der Effekte in der Mischreibung erweitert. Alle Änderungen und implementierten Algorithmen wurden umfassend erläutert und auf ihre physikalische Plausibilität getestet. Hierzu wurden die Ergebnisse anderer Studien zum Vergleich herangezogen und Sensitivitätsanalysen bzw. Validierungen mit Messergebnissen durchgeführt.

Basierend auf den zahlreichen in der Literatur beschriebenen Methoden mit stark unterschiedlicher Modellierungstiefe, wurde bei der Modellerstellung ein besonderes Augenmerk auf die Anwendbarkeit in der Praxis gelegt. Weiterhin wurde auf semiempirische Approximationen verzichtet. Aus diesem Grund wurde das Halbraummodell von *Boussinesq* [74] dem statistischen Modell von *Greenwood, Williamson & Tripp* [84], [85] bei der Berechnung des Festkörperkontaktdrucks vorgezogen. Während letzteres mit Hilfe von Messergebnissen an die tatsächliche Mikrogeometrie angepasst werden muss, ergibt sich beim Halbraummodell der Kontaktdruck direkt aus der vermessenen Oberflächentopographie. Liegt diese nicht vor, kann eine äquivalente Mikrostruktur durch Vorgabe der fertigungsspezifischen Oberflächenkennwerte numerisch erzeugt werden. Beim Vergleich mit den durchgeführten Experimenten an einem Gleitlagerprüfstand bei unterschiedlichen Lasten liefert das Halbraummodell eine gute Übereinstimmung mit den Messwerten.

Im Zuge der Mischreibungsversuche konnte im Lager ein leichter Temperaturanstieg in der Mischreibung festgestellt werden. Vergleichende Simulationen zeigen, dass dieser aus der zusätzlichen Dissipation an den Kontaktstellen resultiert. Da diese

zusätzliche Wärmequelle gerade bei hohen Relativgeschwindigkeiten wie auf dem High Speed Shaft in Windenergieanlagen nicht mehr vernachlässigt werden können, wurde die Energiegleichung transient gelöst, so dass ein kurzzeitiger Betrieb in der Mischreibung, z. B. beim Anfahren, realistisch eingeschätzt werden kann. Nachdem die berechnete Temperaturentwicklung für unterschiedliche Startvorgänge mit Messwerten erfolgreich abgeglichen werden konnte, wird gezeigt, dass in Abhängigkeit der Lagerstelle sehr schnelle Hochlaufzeiten das effektive Lagerspiel negativ beeinflussen können. Folglich kann mittels dieses instationären Modells der gesamte Startvorgang abgebildet werden.

Der Einfluss der Mikrogeometrie auf die Hydrodynamik im Schmierpalt wird über die Flussfaktoren erfasst, mit denen die Reynolds'sche Differenzialgleichung nach *Patir & Cheng* [106], [107] erweitert wird. Der Algorithmus zur Bestimmung dieser Kennwerte konnte mit der analytischen Lösung von *Letalleur* [110] überprüft werden und anhand von Sensitivitätsstudien wurde festgestellt, dass sich vor allem die Oberflächenrauheit und der Peklenik-Faktor auf die Größe der Flussfaktoren auswirken. Jedoch zeigte sich, dass die Flussfaktoren bei relativ glatten Oberflächen $R_q < 1 \mu m$, wie sie auch in den Planetenradgleitlagern in Windenergieanlagen eingesetzt werden, erst bei sehr starker Mischreibung die Lagerkennwerte leicht verändern.

Das verwendete Verschleißmodell basiert auf dem Modell von *Archard* [123], [124] und benötigt als Eingabegröße lediglich die experimentell bestimmte Verschleißrate. Im Gegensatz zu anderen Ansätzen zur Berechnung des Materialabtrags in Gleitlagern wird die Abhängigkeit des Verschleißkennwerts vom Festkörperkontaktdruck und der Relativgeschwindigkeit berücksichtigt. Dazu wird in Stift-Scheibe Versuchen ein Kennfeld der Verschleißrate für verschiedene Kombinationen aus dem Festkörperkontaktdruck und der Relativgeschwindigkeit angelegt. Dieses kann anschließend verwendet werden, um beliebige Betriebspunkte vorherzusagen und so dem zeitlichen Abbau des Festkörperkontaktdrucks gerecht zu werden. Weiterhin wurde die Einlaufdauer mittels einer Kontaktspannungsmessung bestimmt und so ein Verschleißmodell aufgebaut, das sowohl die Änderung der Mikrogeometrie als auch die Auswirkungen eines Materialabtrags auf das Lagerverhalten abbilden kann. Der implementierte Algorithmus konnte anhand von Experimenten an Gleitlagern mit unterschiedlicher Oberflächenbeschaffenheit verifiziert werden. Dabei wurde ein stationärer Betriebspunkt gefahren und der Verschleiß mittels einer hochpräzisen Rundheitsmessung als Differenz der neuen und verschlissenen Lagerkontur bestimmt.

Neben der Entwicklung eines allgemeingültigen Mischreibungs- und Verschleißmodells wurde das Gleitlagerberechnungsprogramm an die neue Kinematik in Planetengetrieben angepasst. Dazu wurde die Energiegleichung derart modifiziert, dass sich auf dem rotierenden Planeten ein gleichmäßiges Temperaturprofil ausbildet. Zudem ist das mechanische Gleichgewicht erweitert worden, um neben Kräften auch Momente vorgeben zu können, die aufgrund der zusätzlichen axialen Zahnradkräfte bei schrägverzahnten Getrieben entstehen. Da die Schmierfilmkraft und das Belastungsmoment in zwei unterschiedlichen Ebenen wirken, muss der Planet sehr stark kippen, um die äußeren Lasten vollständig zu kompensieren. Dies hat zur Folge, dass sich an den axialen Lagerrändern zwei sehr große Druckmaxima ausbilden und das Lager nur sehr lokal trägt. Im Vergleich dazu ergibt sich bei der Analyse einer Geradverzahnung eine gleichmäßigere Druckverteilung und erheblich größere Spaltweiten. Aus diesem Grund werden die Bolzen in der Praxis meist profiliert, um die extremen Randdrücke abzuschwächen. Der Vorteil eines profilierten Bolzens für das Lagerverhalten konnte mit Simulationen bestätigt werden. Die benötigte Profilierung kann beispielsweise mit dem Verschleißmodell abgeschätzt werden.

Außerdem wurde die Möglichkeit geschaffen, Planetenradgleitlager mit profilierten Schwimmbuchsen zu berechnen. Für eine effiziente Umsetzung wird die Reynold'sche Differentialgleichung und die Energiegleichung für beide Spalte simultan gelöst und die Randbedingungen an den Kopplungsbohrungen unter Gewährleistung der Kontinuität des Volumenstroms gesetzt. Ebenfalls wurde gezeigt, dass aufgrund der kleineren hydrodynamischen Geschwindigkeit und der größeren spezifischen Last im inneren Spalt meist zuerst Mischreibung auftritt und damit die Schwimmbuchse stehen bleiben kann. Aus diesem Grund muss im Betrieb bei hohen Lasten hauptsächlich am äußeren Spalt mit erhöhtem Verschleiß gerechnet werden, da im inneren Spalt in diesen Betriebspunkten die Relativgeschwindigkeit nahezu Null ist. Durch Parameterstudien wurde gezeigt, dass die relativen Lagerspiele möglichst gering gewählt werden sollten und die Kopplungsbohrungen über die gesamte Lagerbreite verteilt werden sollten, um die Lastzonen im äußeren Spalt optimal mit Öl zu versorgen. Außerdem sollten mindestens so viele Kopplungsbohrungen über den Umfang verteilt werden, dass zu jedem Zeitpunkt zumindest eine in Höhe der hydrostatischen Tasche liegt und so ständig eine ausreichende Menge an Schmierstoff in den äußeren Spalt gelangt.

Zuletzt wurden FE-Modelle für das Zahnrad, den Bolzen und die Schwimmbuchse erstellt und die Steifigkeitsmatrizen für diese exportiert. Da eine lineare Rechnung die elastischen Verformungen hinreichend genau wiedergibt, müssen die Steifigkeitsmatrizen nur einmalig bestimmt werden und können zur Berechnung beliebiger Betriebspunkte verwendet werden. Die Schwimmbuchse wird zusätzlich mit den berechneten Schmierfilmsteifigkeiten verstärkt, um eine Konvergenz zwischen der Bauteilverformung und der Hydrodynamik im Schmierpalt zu fördern. Die durchgeführten Beispielrechnungen haben ergeben, dass sich die Verformungen sehr positiv auf das Betriebsverhalten der Gleitlager auswirken und die maximalen Drücke erheblich reduziert werden. Daher ist bei der Auslegung von Planetenradgleitlagern in den betrachteten Parameterbereichen die Berücksichtigung des Deformationsverhaltens erforderlich, um verlässliche Aussagen über die Lagerkennwerte machen zu können.

Mit Hilfe des neu entwickelten Planetenradlagerprogramms können die Gleitlagerstellen in Windenergieanlagen wesentlich genauer vorausberechnet und die Effizienz der Maschinen gesteigert werden. Darüber hinaus dienen die Erweiterungen als Grundlage, um Effekte in schnell laufenden Turbogetrieben beschreiben zu können. Hierzu müssen Erweiterungen der Grundgleichungen zur Abbildung von Fliehkrafteinflüssen erfolgen und die weiteren Auswirkungen der für diesen Bereich spezifischen Betriebsbedingungen untersucht und geeignet modelliert werden.

8 Literaturverzeichnis

- [1] Becker, S., Frew, B. A., Andresen, G. B., Zeyer, T., Schramm, S., Greiner, M., & Jacobson, M. Z. (2014). Features of a fully renewable US electricity system: Optimized mixes of wind and solar PV and transmission grid extensions. *Energy*, 72, 443-458.
- [2] Herbert, G. J., Iniyan, S., & Amutha, D. (2014). A review of technical issues on the development of wind farms. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 32, 619-641.
- [3] IEC 61400-4 (2012). Wind turbines -- Part 4: Design requirements for wind turbine gearboxes.
- [4] Evans, M. H. (2016). An updated review: white etching cracks (WECs) and axial cracks in wind turbine gearbox bearings. *Materials Science and Technology*, 32(11), 1133-1169.
- [5] Leimann, D.O. (2017). Plain Bearing Lubrication in Wind Turbine Gearboxes. *Tribologie und Schmierungstechnik*, 17(4), 21-28
- [6] Dvorak, P. (2017). What journal bearings may contribute to wind-turbine gearboxes. *Windpower Engineering and Development*, Issue: Innovators & Influencers, 61-65
- [7] Hagemann, T. (2018) Dokumentation Radialgleitlagerberechnungsprogramm COMBROS R, Teil 1: Theoretische Beschreibung, Modellierungsgrundlagen und weiterführende Hinweise. FVV/FVA Frankfurt am Main
- [8] Hagemann, T. (2018) Dokumentation Radialgleitlagerberechnungsprogramm COMBROS R, Teil 2: Berechnungsbeispiele. FVV/FVA Frankfurt am Main
- [9] Kraft, C. (2017) Benutzeranleitung Axialgleitlagerberechnungsprogramm COMBROS A, Version 1.4, FVV/FVA Frankfurt am Main
- [10] Hagemann T., Schwarze, H, (2014), A Theoretical Study on Frequency Effects on Tilting-Pad Journal Bearing Dynamic Coefficients. *Proceedings of the 9th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics*, Milan, Italy

- [11] Hagemann, T., Blumenthal, H., Kraft, C., Schwarze, H. (2015), A Study on energetic and hydraulic interaction of combined journal and thrust bearings. *Proceedings of the ASME Turbo Expo*, Montreal, Canada
- [12] Hagemann, T., Zeh, C., Prölß, M., Schwarze, H., (2017), The impact of convective fluid inertia forces on operation of tilting-pad journal bearings *International Journal of Rotating Machinery*, Vol. 2017
- [13] Hagemann, T., Schwarze, H., (2018), Theoretical and experimental analyses of directly lubricated tilting-pad journal bearings with leading edge groove. *Proceedings of the ASME Turbo Expo*, ASME Paper No. GT2018-75659, Oslo, Norway
- [14] Hagemann, T., Schwarze, H., (2011), Verbesserte Radialgleitlagerberechnung - Stationär und instationär hoch belastete Radialgleitlager für schnell laufende Rotoren bei Berücksichtigung der Lagerdeformationen. *FVA-Forschungsheft 996*, Frankfurt am Main
- [15] Hagemann, T., Pfeiffer, P., Si, X., Zeh, C., Schwarze, H., (2016), Radialkippssegmentlager Ölzuführungseinfluss, *FVA-Vorhaben 677 I*, *FVA-Forschungsheft Nr. 1184*, Frankfurt am Main
- [16] Kraft, C., Hagemann, T., Schwarze, H., (2017), Gleitlager mit Hydrostatik, *FVV-Forschungsheft, Nr. 1135*, Frankfurt am Main
- [17] Kraft, C., Schwarze, H., 2013, Verbesserte Axialgleitlagerberechnung - Hochbelastete, schnell laufende Axialgleitlager in einfacher und doppelwirkender Anordnung unter Berücksichtigung statischer Spurscheibenverkan- tung, Abschlussbericht zu IGF-Nr. 16005/FVV Heft Nr. 1019, Frankfurt am Main
- [18] Paucksch, E., Holsten, S., Linß, M., & Tikal, F. (2008). *Zerspantechnik: Prozesse, Werkzeuge, Technologien*. Springer-Verlag.
- [19] Craig, R., & Bampton, M. (1968). Coupling of substructures for dynamic analyses. *AIAA Journal*, 6(7), 1313-1319.

- [20] VDMA 23903 (2019), Basic Design Requirements for Plain Bearings in Main Gearboxes of Wind Turbines, VDMA Frankfurt
- [21] Nguyen-Schäfer, H. (2015). *Rotordynamics of automotive turbochargers* (Vol. 17). Switzerland: Springer.
- [22] Hagemann, T., Schwarze, H. (2019). A model for oil flow and fluid temperature inlet mixing in hydrodynamic journal bearings. *ASME Journal of Tribology*, 141(2)
- [23] Albers, A., Deters, L., Feldhusen, J., Leidich, E., Linke, H., Poll, G., & Wallaschek, J. (2018). *Konstruktionselemente des Maschinenbaus 2: Grundlagen von Maschinenelementen für Antriebsaufgaben*. Springer-Verlag.
- [24] Schwarze, H., Mermertas, Ü., Hagemann, T., Müller, M. (2006). Berechnung thermischer und elastischer Verformungen bei Mehrflächenlagern unter erhöhten Lasten und hohen Umfangsgeschwindigkeiten; 47. Tribologische Fachtagung, Göttingen
- [25] Bartel, D. (2010). Simulation von Tribosystemen. *Vieweg und Teubner Verlag, Wiesbaden*.
- [26] Sun, J., & Changlin, G. (2004). Hydrodynamic lubrication analysis of journal bearing considering misalignment caused by shaft deformation. *Tribology International*, 37(10), 841-848.
- [27] Bouyer, J., & Fillon, M. (2002). An experimental analysis of misalignment effects on hydrodynamic plain journal bearing performances. *Journal of Tribology*, 124(2), 313-319.
- [28] Papadopoulos, C. A., Nikolakopoulos, P. G., & Gounaris, G. D. (2008). Identification of clearances and stability analysis for a rotor-journal bearing system. *Mechanism and Machine Theory*, 43(4), 411-426.
- [29] Kuznetsov, E., Glavatskih, S., & Fillon, M. (2011). THD analysis of compliant journal bearings considering liner deformation. *Tribology International*, 44(12), 1629-1641.

- [30] Bartel, D., Bobach, L., Illner, T., & Deters, L. (2012). Simulating transient wear characteristics of journal bearings subjected to mixed friction. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 226(12), 1095-1108.
- [31] Kumada, Y., Hashizume, K., Kimura, Y. (1996), Performance of plain bearings with circumferential microgrooves, *Tribology Transactions*, 39(1), 81-86.
- [32] Mehenny, D. S., Taylor, C. M., Jones, G. J., Xu, H. (1997), The influence of circumferential waviness of the journal on the lubrication of dynamically loaded journal bearings, (No. 970216), *SAE Technical Paper*.
- [33] Illner, T., Bartel, D., & Deters, L. (2015). Determination of the transition speed in journal bearings under consideration of bearing deformation. *Tribology International*, 82, 58-67.
- [34] Dobrica, M. B., Fillon, M., Maspeyrot, P. (2006), Mixed elastohydrodynamic lubrication in a partial journal bearing - comparison between deterministic and stochastic models, *Journal of Tribology*, 128(4), 778-788.
- [35] Bayada, G., & Chambat, M. (1988). New models in the theory of the hydrodynamic lubrication of rough surfaces. *Journal of Tribology*, 110(3), 402-407.
- [36] Bayada, G., & Chambat, M. (1989). Homogenization of the Stokes system in a thin film flow with rapidly varying thickness. *ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, 23(2), 205-234.
- [37] Almqvist, A., Essel, E. K., Persson, L. E., & Wall, P. (2007). Homogenization of the unstationary incompressible Reynolds equation. *Tribology International*, 40(9), 1344-1350.
- [38] Brenner, G., Al-Zoubi, A., Mukinovic, M., Schwarze, H., Swoboda, S. (2007). Numerical simulation of surface roughness effects in laminar lubrication using the lattice-Boltzmann method, *Journal of Tribology*, 129(3), 603-610.
- [39] Becker, D. (2011). Hoch belastete Großwälzlagerungen in Windenergieanlagen, Dissertation TU Clausthal

- [40] Pei, L., Hyun, S., Molinari, J. F., & Robbins, M. O. (2005). Finite element modeling of elasto-plastic contact between rough surfaces. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 53(11), 2385-2409.
- [41] Kogut, L., & Etsion, I. (2003). A finite element based elastic-plastic model for the contact of rough surfaces. *Tribology Transactions*, 46(3), 383-390.
- [42] Kogut, L., & Etsion, I. (2004). A static friction model for elastic-plastic contacting rough surfaces. *Journal of Tribology*, 126(1), 34-40.
- [43] Lagemann, V. (2000). Numerische Verfahren zur tribologischen Charakterisierung bearbeitungsbedingter rauher Oberflächen bei Mikrohydrodynamik und Mischreibung, Dissertation U Kassel
- [44] Allmaier, H., Priestner, C., Six, C., Pribsch, H. H., Forstner, C., & Novotny-Farkas, F. (2011). Predicting friction reliably and accurately in journal bearings-A systematic validation of simulation results with experimental measurements. *Tribology International*, 44(10), 1151-1160.
- [45] He, M. (2003). *Thermoelastohydrodynamic Analysis of Fluid Film Journal Bearing*. Ph. D. Dissertation, University of Virginia
- [46] Fillon, M., & Bouyer, J. (2004). Thermohydrodynamic analysis of a worn plain journal bearing. *Tribology International*, 37(2), 129-136.
- [47] Bouyer, J., Fillon, M., & Pierre-Danos, I. (2007). Influence of wear on the behavior of a two-lobe hydrodynamic journal bearing subjected to numerous startups and stops. *Journal of Tribology*, 129(1), 205-208.
- [48] Kumar, A., & Mishra, S. S. (1996). Stability of a rigid rotor in turbulent hydrodynamic worn journal bearings. *Wear*, 193(1), 25-30.
- [49] Suzuki, K., Tanaka, M. (1995). Stability characteristics of worn journal bearing. *Proceedings of the Asia-Pacific Vibration Conference*, Kuala Lumpur, 296-301
- [50] Porzig, D. (2015). Systemspezifische Schmierfilmdissipation in den radialen Lagerstellen von Abgasturboladern, Dissertation TU-Clausthal

- [51] Hagemann, T. (2012). *Ölzuführungseinfluss bei schnell laufenden, hoch belasteten Radialgleitlagern unter Berücksichtigung des Lagerdeformationsverhaltens*. Shaker-Verlag.
- [52] Heuser, H. (2013). *Lehrbuch der Analysis*. Springer-Verlag, S. 101ff.
- [53] Fuchs, A. (2002). *Schnelllaufende Radialgleitlagerungen im instationären Betrieb*, Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, Dissertation.
- [54] Mittwollen, N. (1990). *Betriebsverhalten von Radialgleitlagern bei hohen Umfangsgeschwindigkeiten und hohen thermischen Belastungen: theoretische Untersuchungen*. VDI-Verlag.
- [55] Mittwollen, N. (1987). Taschenlager-Optimierung. *FVV-Bericht Vorhaben*, (339).
- [56] Dowson, D., & Taylor, C. M. (1979). Cavitation in bearings. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 11(1), 35-65.
- [57] Elrod, H. G. (1981). A cavitation algorithm. *Journal of Lubrication Technology*, 103(3), 350-354.
- [58] Floberg, L., and Jakobsson, B. (1957). The finite journal bearing, Considering vaporization. *Transactions of Chalmers University of Technology* 190, Gothenburg
- [59] Olsson, K. O. (1965) Cavitation in dynamically loaded bearings. *Transactions of Chalmers University of Technology* 308, Gothenburg
- [60] Mermertas, Ü. (2008). *Nichtlinearer Einfluss von Radialgleitlagern auf die Dynamik schnelllaufender Rotoren*. Shaker.
- [61] Mokhtar, M. O. A. (1981). Floating ring journal bearings: theory, design and optimization. *Tribology International*, 14(2), 113-119.
- [62] Nguyen-Schäfer, H. (2015). *Rotordynamics of automotive turbochargers* (Vol. 17). Switzerland: Springer.

- [63] Czichos, H., & Habig, K. H. (2010). *Tribologie-Handbuch: Tribometrie, Tribomaterialien, Tribotechnik*. Springer-Verlag.
- [64] Tonder, K. (1973). The Hydrodynamic Lubrication of Rough Journal Bearings.
- [65] Sander, D. E., Allmaier, H., Pribsch, H. H., Witt, M., & Skiadas, A. (2016). Simulation of journal bearing friction in severe mixed lubrication—Validation and effect of surface smoothing due to running-in. *Tribology International*, 96, 173-183.
- [66] DIN, E. (2012). 25178-2: Geometrische Produktspezifikation (GPS)—Oberflächenbeschaffenheit: Flächenhaft—Teil 2: Begriffe und Oberflächen-Kenngrößen (ISO 25178-2: 2012). *Deutsche Fassung EN ISO, 25178-2*.
- [67] Grzesik, W. (2016). Prediction of the functional performance of machined components based on surface topography: State of the art. *Journal of Materials Engineering and Performance*, 25(10), 4460-4468.
- [68] Grzesik, W., Rech, J., & Žak, K. (2015). Characterization of surface textures generated on hardened steel parts in high-precision machining operations. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 78(9-12), 2049-2056.
- [69] Tayebi, N., & Polycarpou, A. A. (2004). Modeling the effect of skewness and kurtosis on the static friction coefficient of rough surfaces. *Tribology International*, 37(6), 491-505.
- [70] M. Sedlacek, B. Podgornik, and J. Vizitin, Influence of Surface Preparation on Roughness Parameters, Friction and Wear, *Wear*, 2009, 266(3-4), p 482–487.
- [71] Leidner, M., Schmidt, H., Myers, M., & Schlaak, H. F. (2010). A new simulation approach to characterizing the mechanical and electrical qualities of a connector contact. *The European Physical Journal-Applied Physics*, 49(2).

- [72] Hu, Y. Z., & Tonder, K. (1992). Simulation of 3-D random rough surface by 2-D digital filter and Fourier analysis. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 32(1-2), 83-90.
- [73] Beucher, O. (2015). *Signale und Systeme: Theorie, Simulation, Anwendung*. Springer Berlin Heidelberg.
- [74] Boussinesq, J. (1885). *Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques*. Gauthier-Villars.
- [75] Akchurin, A., Bosman, R., Lugt, P. M., & van Drogen, M. (2015). On a model for the prediction of the friction coefficient in mixed lubrication based on a load-sharing concept with measured surface roughness. *Tribology Letters*, 59(1), 19.
- [76] Bonneau, D., Fatu, A., & Souchet, D. (2014). *Mixed lubrication in hydrodynamic bearings*. John Wiley & Sons.
- [77] Mokhtari, N., & Gühmann, C. (2018). Classification of journal bearing friction states based on acoustic emission signals. *tm-Technisches Messen*, 85(6), 434-442.
- [78] Johnson, K. L., & Johnson, K. L. (1987). *Contact mechanics*. Cambridge University press.
- [79] Love, A. E. H. (1929). IX. The stress produced in a semi-infinite solid by pressure on part of the boundary. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, 228(659-669), 377-420.
- [80] McCool, J. I. (1986). Comparison of models for the contact of rough surfaces. *Wear*, 107(1), 37-60.
- [81] Popov, V. L. (2009). *Kontaktmechanik und Reibung: Ein Lehr- und Anwendungsbuch von der Nanotribologie bis zur numerischen Simulation*. Springer-Verlag.

- [82] Venner, C. H., & Lubrecht, A. A. (Eds.). (2000). *Multi-level methods in lubrication* (Vol. 37). Elsevier.
- [83] Venner, C. H., Lubrecht, A. A., (1996), Numerical analysis of the influence of waviness on the film thickness of a circular EHL contact, *Journal of Tribology* 118(1), pp. 153-161
- [84] Greenwood, J. A., & Williamson, J. P. (1966). Contact of nominally flat surfaces. *Proceedings of the royal society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 295(1442), 300-319.
- [85] Greenwood, J. A., & Tripp, J. H. (1970). The contact of two nominally flat rough surfaces. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 185(1), 625-633.
- [86] Lu, X., Khonsari, M. M., & Gelinck, E. R. (2006). The Stribeck curve: experimental results and theoretical prediction. *Journal of Tribology*, 128(4), 789-794.
- [87] Akbarzadeh, S., & Khonsari, M. M. (2010). Effect of surface pattern on stribek curve. *Tribology Letters*, 37(2), 477-486.
- [88] Cubillo, A., Uriondo, A., & Perinpanayagam, S. (2017). Computational Mixed TEHL Model and Stribeck Curve of a Journal Bearing. *Tribology Transactions*, 60(6), 1053-1062.
- [89] Sander, D. E., Allmaier, H., Pribsch, H. H., Witt, M., & Skiadas, A. (2016). Simulation of journal bearing friction in severe mixed lubrication—Validation and effect of surface smoothing due to running-in. *Tribology International*, 96, 173-183.
- [90] Sander, D. E., Allmaier, H., Pribsch, H. H., Reich, F. M., Witt, M., Skiadas, A., & Knaus, O. (2015). Edge loading and running-in wear in dynamically loaded journal bearings. *Tribology International*, 92, 395-403.
- [91] Zhang, Z., Liu, J., & Xie, Y. (2016). Design approach for optimization of a piston ring profile considering mixed lubrication. *Friction*, 4(4), 335-346.

- [92] Hu, Y., Cheng, H. S., Arai, T., Kobayashi, Y., & Aoyama, S. (1994). Numerical Simulation of Piston Ring in Mixed Lubrication-A Nonaxisymmetrical Analysis. *Journal of Tribology*, 116(3), 470-478.
- [93] Teodorescu, M., Kushwaha, M., Rahnejat, H., & Rothberg, S. J. (2007). Multi-physics analysis of valve train systems: from system level to microscale interactions. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, 221(3), 349-361.
- [94] Panayi, A. P., & Schock, H. J. (2008). Approximation of the integral of the asperity height distribution for the Greenwood-Tripp asperity contact model. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 222(2), 165-169.
- [95] Pogačnik, A., & Kalin, M. (2013). How to determine the number of asperity peaks, their radii and their heights for engineering surfaces: A critical appraisal. *Wear*, 300(1-2), 143-154.
- [96] Kalin, M., Pogačnik, A., Etsion, I., & Raeymaekers, B. (2016). Comparing surface topography parameters of rough surfaces obtained with spectral moments and deterministic methods. *Tribology International*, 93, 137-141.
- [97] Offner, G. (2013). Friction power loss simulation of internal combustion engines considering mixed lubricated radial slider, axial slider and piston to liner contacts. *Tribology Transactions*, 56(3), 503-515.
- [98] Choi, J., Kim, S. S., Rhim, S. S., & Choi, J. H. (2012). Numerical modeling of journal bearing considering both elastohydrodynamic lubrication and multi-flexible-body dynamics. *International Journal of Automotive Technology*, 13(2), 255-261.
- [99] Adatepe, H., Bıyıklıoğlu, A., & Sofuoğlu, H. (2011). An experimental investigation on frictional behavior of statically loaded micro-grooved journal bearing. *Tribology International*, 44(12), 1942-1948.

- [100] Zhang, H., Hua, M., Dong, G. N., Zhang, D. Y., & Chin, K. S. (2016). A mixed lubrication model for studying tribological behaviors of surface texturing. *Tribology International*, 93, 583-592.
- [101] Ramesh, A., Akram, W., Mishra, S. P., Cannon, A. H., Polycarpou, A. A., & King, W. P. (2013). Friction characteristics of microtextured surfaces under mixed and hydrodynamic lubrication. *Tribology International*, 57, 170-176.
- [102] Xu, G., & Sadeghi, F. (1996). Thermal EHL analysis of circular contacts with measured surface roughness. *Journal of Tribology*, 118(3), 473-482.
- [103] Solovyev, S. (2007). *Reibungs-und Temperaturberechnung an Festkörper- und Mischreibungskontakten*. Shaker.
- [104] Hu, Y. Z., & Zhu, D. (2000). A full numerical solution to the mixed lubrication in point contacts. *Journal of Tribology*, 122(1), 1-9.
- [105] Zhu, D., & Hu, Y. Z. (2001). A computer program package for the prediction of EHL and mixed lubrication characteristics, friction, subsurface stresses and flash temperatures based on measured 3-D surface roughness. *Tribology Transactions*, 44(3), 383-390.
- [106] Patir, N., & Cheng, H. S. (1978). An average flow model for determining effects of three-dimensional roughness on partial hydrodynamic lubrication. *Journal of Lubrication Technology*, 100(1), 12-17.
- [107] Patir, N., & Cheng, H. S. (1979). Application of average flow model to lubrication between rough sliding surfaces. *Journal of Lubrication Technology*, 101(2), 220-229.
- [108] Salant, R. F. (2001). An average flow model of rough surface lubrication with inter-asperity cavitation. *Journal of Tribology*, 123(3), 134-143.
- [109] Meng, F. M., Cen, S. Q., Hu, Y. Z., & Wang, H. (2009). On elastic deformation, inter-asperity cavitation and lubricant thermal effects on flow factors. *Tribology International*, 42(2), 260-274.

- [110] Letalleur, N., Plouraboué, F., & Prat, M. (2002). Average flow model of rough surface lubrication: flow factors for sinusoidal surfaces. *Journal of Tribology*, 124(3), 539-546.
- [111] Knoll, G., & Lagemann, V. (2002). Simulationsverfahren zur tribologischen Kennwertbildung rauer Oberflächen. Teil 1: Einfluss der bearbeitungsbedingten Oberfläche auf die hydrodynamische Tragfähigkeit geschmierter Kontakte. *Tribologie und Schmierungstechnik*, 49(1), 12-15.
- [112] Fatu, A., Bonneau, D., & Fatu, R. (2012). Computing hydrodynamic pressure in mixed lubrication by modified Reynolds equation. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 226(12), 1074-1094.
- [113] Peklenik, J. (1968). New Developments in Surface Characterization by Means of Random Process Analysis. In *Proc. Intern. Conference of Properties and Metrology of Surface*, Pergamon Press (pp. 209-231).
- [114] Illner, T., Bobach, L., Bartel, D., & Deters, L. (2008). Einfluss von Randbedingungen und Mikrokavitation auf die Flussfaktorenberechnung. *Tribologie und Schmierungstechnik*, 55(5), 36-42.
- [115] Kumada, Y., Hashizume, K., & Kimura, Y. (1996). Performance of plain bearings with circumferential microgrooves. *Tribology Transactions*, 39(1), 81-86.
- [116] Adatepe, H., Biyiklioglu, A., & Sofuoglu, H. (2011). An experimental investigation on frictional behavior of statically loaded micro-grooved journal bearing. *Tribology International*, 44(12), 1942-1948.
- [117] Hau, E. (2017). *Windkraftanlagen: Grundlagen. Technik. Einsatz. Wirtschaftlichkeit*. Springer-Verlag.
- [118] Waltermann, H. (1992). *Optimierte thermo-elasto-hydrodynamische Berechnungsverfahren für Gleitlager*. Chaled Shaker.
- [119] Han, D. C. (1979). *Statische und dynamische Eigenschaften von Gleitlagern bei hohen Umfangsgeschwindigkeiten und bei Verkantung*.

- [120] Patankar, S. (1980). *Numerical heat transfer and fluid flow*. CRC press.
- [121] Doering, E., Schedwill, H., & Dehli, M. (2016). *Grundlagen der Technischen Thermodynamik: Lehrbuch für Studierende der Ingenieurwissenschaften*. Springer-Verlag.
- [122] Maugis, D., & Bhushan, B. (2001). *Modern Tribology Handbook Volume One*.
- [123] Archard, J. (1953). Contact and rubbing of flat surfaces. *Journal of Applied Physics*, 24(8), 981-988.
- [124] Archard, J. F., & Hirst, W. (1956). The wear of metals under unlubricated conditions. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 236(1206), 397-410.
- [125] Bhansali, K. J. (1980). Wear coefficients of hard-surfacing materials. *Wear Control Handbook*, 373-383.
- [126] Lancaster, J. K. (1978). Wear mechanisms of metals and polymers. *Transactions of the IMF*, 56(1), 145-153.
- [127] Kragelskij, I. V., & Polzer, G. (1971). *Reibung und Verschleiß*. Verlag Technik.
- [128] Kragelski, I. V. (1983). *Grundlagen der Berechnung von Reibung und Verschleiß*. Carl Hanser Verlag. München.
- [129] Ghosh, A., & Sadeghi, F. (2015). A novel approach to model effects of surface roughness parameters on wear. *Wear*, 338, 73-94.
- [130] Fleischer, G. (1980). *Verschleiß und Zuverlässigkeit*. VEB Verlag Technik
- [131] Fleischer, G. (1990). *Zur Energetik der Reibung*. Wissenschaftliche Zeitschrift der Universität Magdeburg 8, 55-66
- [132] Fleischer, G. (2004). *40 Jahre Bewertung von Reibung und Verschleiß mit Hilfe der Energiedichte*. Tribologie und Schmierungstechnik Heft 3/04, 5-11

- [133] Zum Gahr, K. H. (1987). *Microstructure and wear of materials* (Vol. 10). Elsevier
- [134] Rabinowicz, E., & Tanner, R. I. (1966). Friction and wear of materials. *Journal of Applied Mechanics*, 33, 479.
- [135] Meng, H. C., & Ludema, K. C. (1995). Wear models and predictive equations: their form and content. *Wear*, 181, 443-457.
- [136] Meng, H. (1996). Wear modeling: Evaluation and categorization of wear models.
- [137] Hsu, S. M., Shen, M. C., Ruff, A. W. (1997). Wear prediction for metals, *Tribology International*, 30(5), 377-383.
- [138] Polzer, G. (1968). *Ein Beitrag zu den Problemen Reibung und Verschleiß insbesondere unter Bedingungen der Misch-und Haftsichtenreibung von Eisenwerkstoffen*, Dissertation.
- [139] Tross, A. (1966). *Über das Wesen und den Mechanismus der Festigkeit*. Eigen Verlag.
- [140] Uetz, H., & Wlassow, W. (1980). Kinetik und Mechanismen des Verschleißes von Boridschichten bei trockener Gleitreibung. *Wear*, 64(2), 231-243.
- [141] Meier, V., & Illner, T. (2012). Gleitlagerverschleißgrenzen, Einsatzgrenzen von hydrodynamischen Weißmetalllagern infolge von Verschleiß. Abschlussbericht FVV
- [142] Gebretsadik, D. W., Hardell, J., & Prakash, B. (2015). Friction and wear characteristics of different Pb-free bearing materials in mixed and boundary lubrication regimes. *Wear*, 340, 63-72.
- [143] Deters, L., (2004). Grundsätzliches zu Reibung und Verschleiß in der technischen Anwendung. *Magdeburger Wissenschaftsjournal* 1/2004. 16-26

- [144] Hebenstreit, H., & Beilicke, R. (2012). Gleitlagerverschleißgrenzen II, Einsatzgrenzen von hydrodynamischen Radialgleitlagern infolge von Verschleiß. FVA 755 I – Gleitlagerverschleißgrenzen II
- [145] Prölß, M., & Marheineke, J. (2019). Theoretische Modellbildung und experimentelle Analyse zur Beschreibung der hydrodynamischen Verhältnisse in Planetenradgleitlagern. FVA 794 I – Planetenradgleitlager
- [146] Bunk, W., Hansen, J., & Geyer, M. (2013). *Tribologie Reibung·Verschleiß Schmierung* (Vol. 3). Springer-Verlag.
- [147] DIN 31652-1 (2017), Gleitlager - Hydrodynamische Radial-Gleitlager im stationären Betrieb - Teil 1: Berechnung von Kreiszyylinderlagern. *Deutsche Norm*.
- [148] DIN 31652-3 (2017), Gleitlager - Hydrodynamische Radial-Gleitlager im stationären Betrieb - Teil 3: Betriebsrichtwerte für die Berechnung von Kreiszyylinderlagern. *Deutsche Norm*.